

СЪСТЕЗАНИЯ ПО ФИЗИКА

Физика: Методология на обучението 1 (2013) 109–122

Областен кръг на олимпиадата по физика, 24.02.2012

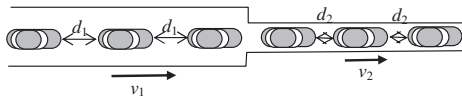
Тема за 7. клас

Съставител: Виктор Иванов

Задача 1. Движение и сили

Двете подусловия на задачата са независими.

А) По улицата се движат в колона автомобили с еднакви скорости $v_1 = 54 \text{ km/h}$ през еднакви разстояния $d_1 = 12 \text{ m}$ един от друг (Фиг. 1). На улицата има стеснен участък, където автомобилите намаляват скоростта си на $v_2 = 36 \text{ km/h}$. На какво разстояние d_2 един от друг се движат автомобилите на стеснения участък? [5т]



Фиг. 1.

Б) Дървено трупче има форма на паралелепипед с дължини на страните $a = 2 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ и $c = 10 \text{ cm}$. Плътноста на дървото е $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$. Трупчето е поставено върху хоризонтална повърхност.

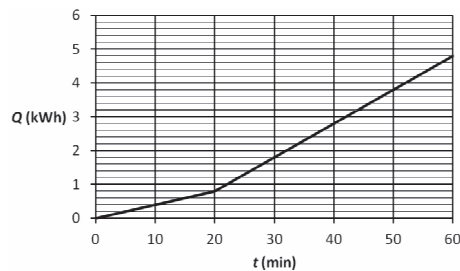
- Коя от страните на трупчето: a , b или c трябва да бъде вертикална така, че трупчето да оказва максимално налягане върху повърхността? Обосновайте отговора си. [2т]
- Колко е налягането p на трупчето върху повърхността в този случай? [3т]

Приемете, че земното ускорение е $g = 10 \text{ N/kg}$.

Задача 2. Бойлер

В тази задача приемете, че напрежението в електрическата мрежа е $U = 240 \text{ V}$.

Ученик пуснал да се затопля водата в електрически бойлер с две степени на мощността. През 10 минути засичал по електромера на дома консумираната от бойлера електрична енергия. В началото бойлерът работил на по-ниската мощност, след което ученикът го превключил на по-високата мощност. На графиката от Фиг. 2 е дадена зависимостта на консумираната електрична енергия Q от времето t , изминало след включването на бойлера.



Фиг. 2.

А) Колко време след включването на бойлера ученикът го е превключил на по-висока мощност? [1т]

Б) Колко вата е мощността P_1 на бойлера на по-ниската степен и мощността P_2 на по-високата степен. [3,5т]

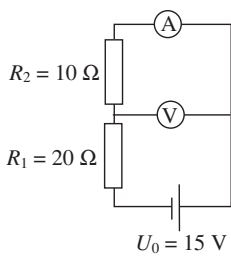
В) На по-ниската степен водата се загрява само от един нагревател, включен към електрическата мрежа. Колко е неговото съпротивление R_1 ? [2т]

Г) На по-високата степен, успоредно към първия нагревател, е включен вто-

ри нагревател. Колко е съпротивлението R_2 на втория нагревател? [3,5т]

Задача 3. Амперметри и волтметри

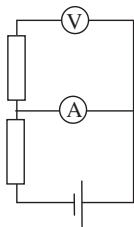
А) Два резистора, една батерия, един амперметър и един волтметър са свързани по начина, показан на Фиг. 3. Съпротивленията на резисторите и напрежението на източника са дадени на фигурата. Какво напрежение U и какъв ток I отчитат съответно волтметърът и амперметърът? [4т]



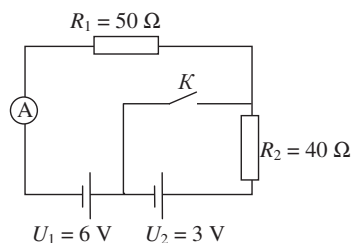
Фиг. 3.

са разменени местата на волтметъра и на амперметъра, както е показано на Фиг. 4. Какво напрежение и какъв ток ще отчитат двата уреда в този случай? [2т]

В) Два резистора и две батерии са свързани по начина, показан на Фиг. 5. Съпротивленията на резисторите и напреженията на батериите са дадени на фигурата. Пресметнете тока $I_{отв}$, който отчита амперметърът, когато ключът K е отворен и тока $I_{затв}$, когато ключът е затворен? [4т]



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Решения на темата за 7. клас

Общи указания

- Приведените решения са примерни. При алтернативни обосновани решения се дава пълният брой точки по всяко подусловие.
- Крайните резултати по всяко подусловие са оградени в каре. За неправилна числена стойност на крайния отговор или за непосочени мерни единици се отнемат 0,5 точки.
- Числените стойности на междинните пресмятания не са задължителни и тяхната липса не води до отнемане на точки.

Задача 1. Движение и сили

А)



[1т за чертеж, който ясно илюстрира решението на задачата]

Да разгледаме два автомобила, първият от които току що е навлязъл в стеснения участък. Разстоянието между автомобилите в този момент все още е d_1 . Вторият автомобил ще навлезе в стеснения участък след време

$$t = \frac{d_1}{v_1}. \quad (1\text{т})$$

Когато вторият автомобил достигне стеснения участък, първият автомобил е изминал път

$$s = v_2 t = \frac{d_1 v_2}{v_1}. \quad (1\text{т})$$

Този път е равен на търсеното ново разстояние между автомобилите. (0,5т)

Следователно

$$d_2 = \frac{12 \text{ m} \times 10 \text{ m/s}}{15 \text{ m/s}} = 8 \text{ m}. \quad (1,5\text{т})$$

От оценката за крайния отговор се отнема 0,5 т, ако никъде в решението няма превръщане от km/h в m/s.

Б) Теглото на трупчето не зависи от начина, по който е поставено на повърхността. (1т)

Налягането ще бъде максимално, когато най-дългата страна, $c = 10$ cm, е поставена вертикално, защото в този случай площта на основата на трупчето е най-малка. (1т)

Обемът на трупчето, изразен в m^3 , е:

$$V = abc = 0,02 \text{ m} \times 0,05 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = 0,0001 \text{ m}^3, \quad (0,5\text{т})$$

а масата му:

$$m = \rho V = 500 \text{ kg/m}^3 \times 0,0001 \text{ m}^3 = 0,05 \text{ kg} \quad (0,5\text{т})$$

Теглото на трупчето е:

$$F = mg = 0,5 \text{ N} \quad (0,5\text{т})$$

Площта на основата в m^2 е:

$$S = ab = 0,02 \text{ m} \times 0,05 \text{ m} = 0,001 \text{ m}^2, \quad (0,5\text{т})$$

а налягането върху опората

$$p = \frac{F}{S} = \frac{0,5 \text{ N}}{0,001 \text{ m}^2} = 500 \text{ Pa} \quad (1\text{т})$$

Важни уточнения

1. Възможно е учениците да извършат междинните пресмятания в буквен вид, при което ще получат следната крайна формула:

$$p = \rho g c = 500 \text{ Pa}$$

2. Ако учениците са посочили грешен отговор за вертикалната стена – a или b , но на базата на грешния избор са извършили верни пресмятания за налягането, им се присъжда пълния брой точки за остатъка от задачата. При избор на стената a се получава

$$p = \rho g a = 100 \text{ Pa},$$

а при избор на стената b –

$$p = \rho g b = 250 \text{ Pa}.$$

Задача 2. Бойлер

А) От графиката се вижда, че до 20-тата минута за всеки интервал между две измервания, бойлерът консумира по 0,4 kWh, а след това – по 1 kWh. Следователно бойлерът е превключен на по-висока мощност в момента $t_1 = 20$ min. (1т)

Б) Докато работи на по-ниска мощност, бойлерът консумира енергия $Q_1 = 0,8 \text{ kWh}$ за време $t_1 = 20 \text{ min} = 1/3 \text{ h}$. (0,5т)

От връзката $Q = Pt$, където енергията се измерва в kWh, мощността в kW, а времето – в h, намираме

$$P_1 = \frac{Q_1}{t_1} \quad (0,5\text{т})$$

или

$$P_1 = \frac{0,8 \text{ kWh}}{1/3 \text{ h}} = 2,4 \text{ kW} = 2400 \text{ W} \quad (1\text{т})$$

Когато работи на по-висока мощност, бойлерът консумира за време $t_2 = 40 \text{ min} = 2/3 \text{ h}$ енергия $Q_2 = 4 \text{ kWh}$. **(0,5т)**

Следователно на втората степен мощността на бойлера е

$$P_2 = \frac{4 \text{ kWh}}{2/3 \text{ h}} = 6 \text{ kW} = 6000 \text{ W} \quad (1\text{т})$$

В) На по-ниската степен мощността на бойлера може да се изрази като

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1}, \quad (1\text{т})$$

откъдето намираме

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{(240 \text{ V})^2}{2400 \text{ W}} = 24 \Omega. \quad (1\text{т})$$

Г) По-долу са дадени два варианта на решение.

I вариант

Понеже при успоредно свързване и двата нагревателя работят при еднакви напрежения, общата мощност на бойлера е

$$P_2 = \frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2}. \quad (1\text{т})$$

Понеже

$$\frac{U^2}{R_1} = P_1, \quad (0,5\text{т})$$

получаваме

$$P_2 - P_1 = \frac{U^2}{R_2}. \quad (1\text{т})$$

Оттук намираме

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2 - P_1} = \frac{(240 \text{ V})^2}{3600 \text{ W}} = 16 \Omega \quad (1\text{т})$$

II вариант

На по-високата степен мощността на бойлера е

$$P_2 = \frac{U^2}{R_{\text{екв}}}, \quad (1\text{т})$$

където $R_{\text{екв}}$ е еквивалентното съпротивление на двата успоредно свързани нагревателя.

Следователно

$$R_{\text{екв}} = \frac{U^2}{P_2} = \frac{(240 \text{ V})^2}{6000 \text{ W}} = 9,6 \Omega. \quad (0,5\text{т})$$

Като имаме предвид, че

$$\frac{1}{R_{\text{екв}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (1\text{т})$$

намираме

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{9,6} - \frac{1}{24} = \frac{24 - 9,6}{24 \cdot 9,6} = \frac{1}{16}, \quad (0,5\text{т})$$

или

$$R_{\text{екв}} = 16 \Omega. \quad (0,5\text{т})$$

Задача 3. Амперметри и волтметри

А) Двата резистора са свързани последователно към източника. Еквивалентното им съпротивление е

$$R = R_1 + R_2 = 30 \Omega. \quad (1\text{т})$$

Амперметърът отчита пълния ток през веригата. По закона на Ом

$$I = \frac{U_0}{R} = \frac{15 \text{ V}}{30 \Omega} = 0,5 \text{ A}. \quad (1\text{т})$$

Понеже амперметърът има нулево съпротивление, той е еквивалентен на съединителен проводник. Следователно волтметърът измерва напрежението върху резистора R_2 . **(1т)**

От закона на Ом

$$U = IR_2 = 0,5 \text{ A} \times 10 \Omega = 5 \text{ V} \quad (1\text{т})$$

Б) Както в точка А, волтметърът измерва напрежението върху резистора R_2 . Понеже през волтметра не тече ток, ток не тече и през R_2 . От закона на Ом следва, че волтметърът показва напрежение

$$U = 0 \text{ V} \quad (1\text{т})$$

Токът във веригата тече изцяло през последователно свързаните резистор R_1 и амперметра. Следователно показанието на амперметра е

$$I = \frac{U_0}{R_1} = \frac{15 \text{ V}}{20 \Omega} = 0,75 \text{ A} \quad (1\text{т})$$

В) Когато ключът е отворен, двата резистора са свързани последователно на двата източника – също свързани пос-

ледователно. Двата източника са еквивалентни на един с напрежение:

$$U = U_1 + U_2 = 9 \text{ V} \quad (1\text{т})$$

Еквивалентното съпротивление на веригата е

$$R = R_1 + R_2 = 90 \Omega \quad (1\text{т})$$

Следователно при отворен ключ амперметърът измерва ток

$$I_{\text{отворен}} = \frac{U}{R} = \frac{9 \text{ V}}{90 \Omega} = 0,1 \text{ A} \quad (1\text{т})$$

Когато ключът е затворен, първият източник е свързан непосредствено към резистора R_1 и към амперметра. Следователно при затворен ключ амперметърът показва

$$I_{\text{затворен}} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{6 \text{ V}}{50 \Omega} = 0,12 \text{ A} \quad (1\text{т})$$

Тема за 8. клас

Съставител: Мирослав Абрашев

Задача 1 Движение на асансьор

Асансьор се придвижва от първия до седмия етаж за време $t_{1-7} = 20 \text{ s}$, а от първия до тринадесетия етаж – за време $t_{1-13} = 38 \text{ s}$. Височината на един етаж е $d = 3 \text{ m}$. Може да се приеме, че при тръгване и спиране асансьорът се движи с едно и също по големина ускорение a за време $t_{\text{уск}}$, а през останалото време се движи с постоянна скорост v_{max} . Разстоянието, което асансьорът изминава от покой, докато достигне максималната си скорост, е $h = 1 \text{ m}$. Изчислете:

а) големината на максималната скорост v_{max} (4т)

б) ускорението a (1,5т)

в) интервалът време $t_{\text{уск}}$ (1,5т)

г) времето t_{1-10} , за което асансьорът се придвижва от първия до десетия етаж (3т)

Задача 2. Тегло в асансьор

Ученик решил да се претегли в движещ се асансьор. Може да се приеме, че при тръгване и спиране (без значение нагоре или надолу) асансьорът се движи с едно и също по големина ускорение a , а през останалото време се движи с постоянна скорост v_{max} . Ученикът забелязал, че при тръгване и спиране нагоре или надолу, везната (кантарчето) показва или 76 kg , или 84 kg . Земното ускорение е $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- а) Опишете в коя от четирите ситуации (тръгване или спиране, нагоре или надолу) какви стойности показва везната (2т)
- б) Каква стойност ще показва везната, когато асансьорът се движи с постоянна скорост v_{\max} ? (4т)
- в) Изчислете стойността на ускорението a . (3т)
- г) Каква е стойността на силата на тежестта на ученика? (1т)

Задача 3. Сила на триене

Тяло с маса $m = 100 \text{ g}$ се движи с триене нагоре по наклонена равнина от точка А

с начална скорост $v_0 = 30 \text{ cm/s}$. Тялото спира в точка В, с по-голяма височина h от точка А, след което тръгва надолу. Преминва през точка А със скорост $v_1 = 10 \text{ cm/s}$.

- а) Изчислете работата $A_{\text{тр}}$, която извършва силата на триене от т. А до т. В. (4т)
- б) С каква скорост v_2 тялото ще се движи в т. С, намираща се на h по-малка височина от т. А? (3т)
- в) Ако наклонената равнина сключва ъгъл $\alpha = 30^\circ$ с хоризонта, изчислете силата на триене $F_{\text{тр}}$, действаща на тялото. (3т)

Решения на темата за 8. клас

Задача 1. Движение на асансьор

а) времето t_{1-7} , за което асансьорът се придвижва от първия до седмия етаж, е

$$t_{1-7} = \sqrt{\frac{2h}{a}} + \frac{6d - 2h}{v_{\max}} + \sqrt{\frac{2h}{a}} \quad (1.1)$$

(1т)

времето t_{1-13} , за което асансьорът се придвижва от първия до тринадесетия етаж, е

$$t_{1-13} = \sqrt{\frac{2h}{a}} + \frac{12d - 2h}{v_{\max}} + \sqrt{\frac{2h}{a}} \quad (1.2)$$

(1т)

Ако извадим (1.1) от (1.2), получаваме

$$t_{1-13} - t_{1-7} = \frac{6d}{v_{\max}}, \text{ откъдето}$$

$$v_{\max} = \frac{6d}{t_{1-13} - t_{1-7}} = \quad (1т)$$

$$= \frac{6 \times 3 \text{ m}}{38 \text{ s} - 20 \text{ s}} = 1 \text{ m/s} \quad (1т)$$

б) от законите за скоростта $v = at$ и пътя $h = \frac{1}{2}at^2$ при равноускорително движение, се получава (при използваните в задачата означения)

$$a = \frac{v_{\max}^2}{2h}. \quad (1т)$$

След заместване

$$a = \frac{(1 \text{ m/s})^2}{2 \times 1 \text{ m}} = 0,5 \text{ m/s}^2 \quad (0,5т)$$

в) интервалът време $t_{\text{уск}}$ може да се намери от закона за скоростта

$$t_{\text{уск}} = \frac{v_{\max}}{a} = \quad (1т)$$

$$= \frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ m/s}^2} = 2 \text{ s} \quad (0,5т)$$

г) времето t_{1-10} , за което асансьорът се придвижва от първия до десетия етаж

се пресмята както в (1.1) и (1.2)

$$t_{1-10} = \sqrt{\frac{2h}{a}} + \frac{9d - 2h}{v_{\max}} + \sqrt{\frac{2h}{a}} =$$

$$= 2t_{\text{уск}} + \frac{9d - 2h}{v_{\max}} \quad (1,5\text{т})$$

$$= 4 \text{ s} + \frac{9 \times 3 \text{ m} - 2 \times 1 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 29 \text{ s} \quad (1,5\text{т})$$

Задача 2. Тегло в асансьор

Нека бележим масата на ученика с m , силата на тежестта му с G , по-малката сила на натиск с N_1 , а по-голямата сила на натиск с N_2 . Силата на тежестта G е винаги надолу, а реакцията на опората – винаги нагоре. Съгласно третия закон на Нютон силата на натиск N , действаща на везната, е равна на реакцията на опората R , действаща на ученика.

а) когато ученикът (и асансьорът) се движи с ускорение нагоре (при тръгване нагоре и при спиране надолу) $R_2 > G$, а когато ученикът (асансьорът) се движи с ускорение надолу (при тръгване надолу и при спиране нагоре) $R_1 < G$. Следователно в първите два случая везната (кантарчето) ще показва 84 kg, а във вторите два случая – 76 kg. (2т)

б) когато асансьорът се движи с постоянна скорост v_{\max} , везната ще показва маса, съответстваща на силата на тежестта G на ученика. При ускорение нагоре

$$R_1 - G = ma \quad (2.1)$$

(0,5т)

При ускорение надолу

$$G - R_2 = ma \quad (2.2)$$

(0,5т)

Изваждайки двете уравнения, $R_1 + R_2 - 2G = 0$, откъдето

$$G = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (1\text{т})$$

Съответно везната ще показва маса

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2} =$$

$$= \frac{76 \text{ kg} + 84 \text{ kg}}{2} = 80 \text{ kg}. \quad (1\text{т})$$

в) събирайки (2.1) и (2.2),

$$R_1 - R_2 = 2ma \quad (1\text{т})$$

$m_1g - m_2g = 2ma$, откъдето

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{2m} =$$

$$= 10 \text{ m/s}^2 \frac{84 \text{ kg} - 76 \text{ kg}}{2 \times 80 \text{ kg}} = 0,5 \text{ m/s}^2 \quad (1\text{т})$$

г) силата на тежестта G на ученика е

$$G = mg = 80 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}^2 = 800 \text{ N}. \quad (1\text{т})$$

Задача 3. Сила на триене

а) от закона за промяна на механичната енергия, сравнявайки механичната енергия в точките А и В при движението на тялото нагоре, получаваме

$$E_B - E_{A0} = mgh - \frac{mv_0^2}{2} = A_{\text{тр}} \quad (3.1)$$

(1т)

При движението на тялото надолу, отново сравнявайки механичната енергия в точките А и В, получаваме

$$E_{A1} - E_B = \frac{mv_1^2}{2} - mgh = A_{\text{тр}} \quad (3.2)$$

(1т)

Работата на силата на триене при движение нагоре и надолу е една и съща, тъй като силата на триене по големина е една и съща (променя се само посоката ѝ).

Събирайки (3.1) и (3.2) получаваме

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = 2A_{\text{тр}},$$

откъдето

$$\begin{aligned} A_{\text{тр}} &= \frac{1}{4}m(v_1^2 - v_0^2) = & (1\text{т}) \\ &= \frac{1}{4}0,1 \text{ kg}[(0,1 \text{ m/s})^2 - (0,3 \text{ m/s})^2] \\ &= -0,002 \text{ J} = -2 \text{ mJ} & (1\text{т}) \end{aligned}$$

б) Сравнявайки механичната енергия в т. А и т. С,

$$E_C - E_{A1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} - mgh = A_{\text{тр}} \quad (3.3)$$

(1т)

Изваждайки (3.2) от (3.3)

$$\frac{mv_2^2}{2} - 2\frac{mv_1^2}{2} = 0,$$

откъдето

$$v_2 = \sqrt{2}v_1 \quad (1\text{т})$$

$$\approx 14 \text{ cm/s} = 0,14 \text{ m/s} \quad (1\text{т})$$

в) Ако наклонената равнина сключва ъгъл $\alpha = 30^\circ$ с хоризонта, изминатият път между т. А и т. В е

$$s = 2h. \quad (0,5\text{т})$$

Височината h може да се намери като се извадят (3.1) и (3.2)

$$h = \frac{v_0^2 + v_1^2}{4g} = 0,0025 \text{ m}. \quad (0,5\text{т})$$

От формулата

$$\text{тр} = -F_{\text{тр}}s, \quad (0,5\text{т})$$

намираме

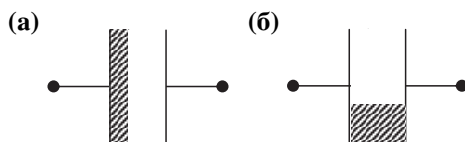
$$\begin{aligned} F_{\text{тр}} &= -\frac{A_{\text{тр}}}{2h} = & (0,5\text{т}) \\ &= -\frac{-0,002 \text{ J}}{2 \times 0,0025 \text{ m}} = 0,4 \text{ N} & (1\text{т}) \end{aligned}$$

Тема за 9. клас

Съставител: Димитър Мърваков

Задача 1

Пространството между електродите на плосък кондензатор е запълнено една трета част с пластина с диелектрична проникваемост $\varepsilon = 2$, успоредна на електродите (Фиг. 1,а). Каква част x от пространството между плочите трябва да се запълни със същия диелектрик в случая на Фиг. 1,б, за да има кондензаторът един и същ капацитет в двата случая?



Фиг. 1.

Задача 2.

Резистор със съпротивление $R_0 = 10 \Omega$

и друг с променливо съпротивление R са свързани последователно и са съединени към източник с напрежение $U = 18 \text{ V}$.

- Начертайте схемата на електрическата верига.
- Какво трябва да бъде съпротивлението R_1 на променливия резистор, за да има напрежение $U_0 = 12 \text{ V}$ между краищата на резистора със съпротивление R_0 . Към резистора със съпротивление R_0 се свързва успоредно електрическа крушка, на стъкления балон на която е написано "12 V, 6 W".
- Определете съпротивлението R_k на електрическата крушка в режим на работа, съответстващ на надписа.

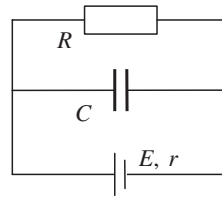
г) Намерете еквивалентното съпротивление на успоредно свързаните резистор и електрическа крушка. Приемете, че съпротивлението на крушката е постоянно.

д) Обяснете защо крушката няма да свети с пълна мощност при това свързване.

е) При какво съпротивление R_2 на променливия резистор крушката ще свети с пълна мощност?

Задача 3.

На Фиг. 2 е показана принципна схема за зареждане на кондензатор до определено напрежение, различно от напрежението на източника. Разполагате с два резистора със съпротивления съответно $R_1 = 5 \Omega$ и $R_2 = 9 \Omega$. Кондензаторът 1 с капацитет $C_1 = 1 \mu\text{F}$ се зарежда при възможно най-голяма стойност на R във



Фиг. 2.

веригата, а кондензаторът 2 с капацитет $C_2 = 2 \mu\text{F}$ се зарежда при възможно най-малка стойност на R във веригата. Източникът има ЕДН $E = 12 \text{ V}$ и вътрешно съпротивление $r = 1 \Omega$.

а) Намерете напреженията U_1 и U_2 на заредените кондензатори 1 и 2.

б) Заредените кондензатори 1 и 2 се отделят от веригата. Намерете напрежението U' между електродите на кондензаторите, когато са свързани едноименните им електроди и напрежението U'' между електродите, когато са свързани разноименните им електроди.

Забележка. Всяка задача се оценява максимално с **10 точки**.

Решения и указания за оценяване 9. клас

Задача 1.

В първия случай капацитетът на кондензатора с пластината C' е равен на еквивалентния капацитет на два последователно свързани кондензатора съответно с капацитети

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d/3} = 3\varepsilon C_0, \\ C_2 &= \frac{\varepsilon_0 S}{2d/3} = \frac{3}{2}C_0, \end{aligned} \quad (2\text{т})$$

където с $C_0 = \varepsilon_0 S/d$ е означен капацитетът на изходния кондензатор без диелектрик. Тогава нами-

раме

$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3\varepsilon}{2\varepsilon + 1} C_0. \quad (2\text{т})$$

Във втория случай капацитетът на кондензатора с пластината C'' е равен на еквивалентния капацитет на два успоредно свързани кондензатора съответно с капацитети

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{\varepsilon\varepsilon_0 x S}{d} = \varepsilon x C_0, \\ C_4 &= \frac{(1-x)\varepsilon_0 S}{d} = (1-x)C_0, \end{aligned} \quad (2\text{т})$$

където с x е означена частта от площта на пластината (обема),

запълнена с диелектрик. Тогава намираме

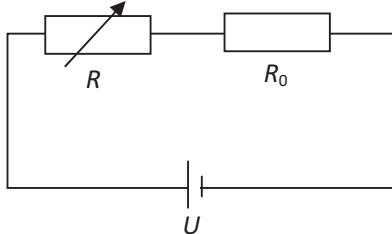
$$C'' = C_3 + C_4 = [(\varepsilon - 1)x + 1]C_0. \quad (2\tau)$$

От приравняването на C' и C'' се получава

$$x = \frac{1}{2\varepsilon + 1} = \frac{1}{5}. \quad (2\tau)$$

Задача 2.

а) Вж. фигурата (0,5 τ)



б) При последователно свързване имаме

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{U_1}{U_0}, \quad (0,5\tau)$$

$$R_1 = \frac{U_1}{U_0} R_0 = 5 \Omega, \quad (1\tau)$$

където е отчетено, че $U_1 = 6 \text{ V}$.

в) Съпротивлението на крушката е

$$R_k = \frac{U_0^2}{P_k} = 24 \Omega. \quad (1\tau)$$

г) Еквивалентното съпротивление е

$$R_e = \frac{R_0 R_k}{R_0 + R_k} \approx 7 \Omega. \quad (2\tau)$$

д) Напрежението между краищата на променливия резистор е U_p , а между краищата на успоредно

свързаните крушка и съпротивление R_0 е U_k . Тъй като

$$\frac{U_k}{U_p} = \frac{R_e}{R_1} = 1,4 \quad (1\tau)$$

и

$$U_p + U_k = U \quad (0,5\tau)$$

намираме

$$U_k = 10,5 \text{ V}. \quad (1\tau)$$

Тогава мощността на крушката в този режим на работа е

$$P'_k = \frac{U_k^2}{R_k} \approx 4,6 \text{ W}, \quad (1\tau)$$

което е по-малко от номиналната мощност. (0,5τ)

е) За да свети крушката нормално трябва съпротивлението на променливия резистор да е

$$R_2 = \frac{U_1}{U_0} R_e = 3,5 \Omega. \quad (1\tau)$$

Задача 3.

а) В дадения случай най-голямата стойност на съпротивлението е

$$R' = R_1 + R_2 = 14 \Omega, \quad (1\tau)$$

когато двата резистора са свързани последователно. Напрежението на заредения кондензатор 1 е равно на напрежението между краищата на резисторите:

$$U_1 = \frac{ER'}{R' + r} = 11,2 \text{ V}. \quad (1\tau)$$

В случай на най-малка стойност на съпротивлението

$$R'' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx 3,2 \Omega \quad (1\tau)$$

двата резистора са свързани успоредно. Напрежението на заредения кондензатор 2 е

$$U_2 = \frac{ER''}{R'' + r} \approx 9,1 \text{ V}. \quad (1\text{r})$$

б) При свързване на електродите два по два става преразпределение на общия заряд, след което напрежението на кондензаторите се изравнява. Началните заряди на кондензаторите са

$$q_1 = C_1 U_1, \quad q_2 = C_2 U_2. \quad (1\text{r})$$

При свързване на едноименните електроди крайните заряди на кондензаторите са

$$q'_1 = C_1 U', \quad q'_2 = C_2 U', \quad (1\text{r})$$

като е в сила законът за запазване на електричния заряд

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2, \quad (1\text{r})$$

откъдето следва

$$U' = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2} \approx 9,8 \text{ V}.$$

Аналогично при свързване на разноименните електроди общият им заряд по големина е

$$q'' = |q_1 - q_2| = q''_1 + q''_2 = (C_1 + C_2)U'', \quad (1\text{r})$$

откъдето следва

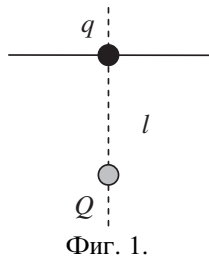
$$U'' = \frac{C_2 U_2 - C_1 U_1}{C_1 + C_2} \approx 2,3 \text{ V}. \quad (1\text{r})$$

Тема за 10–12. клас

Съставител: Димитър Мърваков

Задача 1

Метално топче с маса $m = 90 \text{ g}$ и електричен заряд $q = 1 \mu\text{C}$ може да се хлъзга без триене по тънка хоризонтална спица от изолиращ материал. На разстояние $l = 10 \text{ cm}$ от спицата е закрепено неподвижно топче със същия по големина заряд, но с неизвестен знак (Фиг. 1).



Когато топчето върху спицата се отклони на разстояние $A \ll l$, то започва да трепти хармонично с период T .

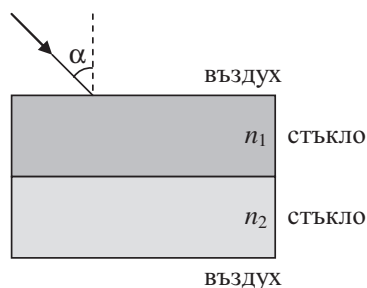
- При какъв знак на заряда Q на неподвижното топче е възможно трептене на топчето върху хоризонталната спица?
- Намерете коефициента $k_{\text{эф}}$ на еластичната сила, под действие на която се извършват хармоничните трептения.
- Пресметнете периода на трептене T . Константата в закона на Кулон е $k = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

Задача 2.

А) На разделителната равнина между стъкло с показател на пречупване $n_1 = 1,47$ и вода с показател на пречупване $n_2 = 1,33$ се наблюдава частично отражение и частично пречупване, като отразеният и пречупеният лъч са взаимноперпендикулярни независимо от коя

страна пада лъчът към разделителната равнина. Намерете разликата $\alpha_2 - \alpha_1$, където α_1 е ъгълът на падане от страната на стъклото, а α_2 – ъгълът на падане от страната на водата.

Б) На Фиг. 2 са показани две стъклени плоскопаралелни пластинки съответно с показатели на пречупване n_1 и n_2 , като $n_1 > n_2$. Възможно ли е да се наблюдава пълно вътрешно отражение на границата между двете стъклени пластинки, когато падащият лъч е върху пластинката с показател на пречупване n_1 ? Обосновете отговора си.



Фиг. 2.

Задача 3.

Волфрамова нишка на електрическа

лампа с диаметър $d = 0,1 \text{ mm}$ и дължина $l = 17 \text{ cm}$ е нагрята до температура $T = 2100 \text{ K}$. Нишката излъчва като абсолютно черно тяло.

- На колко е равна електрическата мощност P на лампата в режим на работа?
- При каква дължина на вълната λ излъчването на жичката има максимален интензитет?
- На колко е равна дължината l_1 и температурата T_1 на волфрамова нишка със същия диаметър d на електрическа лампа с електрическа мощност $P_1 = 150 \text{ W}$?

Полезни константи:

Константа на Стефан-Болцман

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

Константа на Вин

$$b = 2,90 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

Забележка. Всяка задача се оценява максимално с **10 точки**.

Решения и указания за оценяване 10-12. клас

Задача 1.

а) Трептенето на топчето по хоризонталната спица се извършва под действие на върщаща хоризонтална сила F . **(0,5т)**

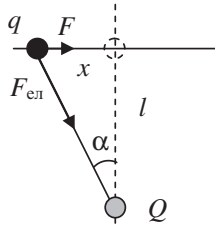
Електричната сила F_e , с която зарядът Q действа на заряда q може да се представи като векторна сума на две взаимноперпендикулярни сили – хоризонтална и вертикална.

(0,5т)

Вертикалната сила, силата на тежестта и реакцията на опората взаимно се компенсират. **(0,5т)**

Хоризонталната сила играе роля на върщаща, когато зарядите се привличат, т.е. $Q = -q$. **(0,5т)**

б) На Фиг. 1 топчето с маса m и заряд q е отклонено от равновесното си положение на разстояние x .



Фиг. 1.

Връщащата сила

$$F = F_e \sin \alpha. \quad (1r)$$

Като отчетем, че

$$F_e = \frac{kq^2}{l^2 + x^2}, \quad (1r)$$

$$\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}}, \quad (1r)$$

намираме

$$F = kq^2 \frac{x}{(l^2 + x^2)^{3/2}} \approx \frac{kq^2}{l^3} x, \quad (2r)$$

тъй като $x \ll l$. Тогава силата F се превръща в еластична (пропорционална на x) с коефициент на еластичност

$$k_{\text{еф}} = \frac{kq^2}{l^3}. \quad (1r)$$

в) Периодът на трептене се дава с израза

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{\text{еф}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml^3}{kq^2}} \approx 0,63 \text{ s}. \quad (2r)$$

Задача 2.

А) От закона на Снелиус имаме

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1r)$$

където β_1 е ъгълът на пречупване. Тъй като сумата от ъгъла на отражение и ъгъла на пречупване е

$$\alpha_1 + \beta_1 = 90^\circ, \quad (0,5r)$$

намираме

$$\sin \beta_1 = \cos \alpha_1, \quad (0,5r)$$

откъдето следва

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{n_2}{n_1} \approx 0,90 \Rightarrow \alpha_1 \approx 42^\circ. \quad (1r)$$

Аналогично намираме

$$\text{tg } \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \approx 1,11 \Rightarrow \alpha_2 \approx 48^\circ. \quad (1r)$$

Окончателно получаваме

$$\alpha_2 - \alpha_1 \approx 6^\circ. \quad (1r)$$

Б) За да се наблюдава пълно вътрешно отражение на граничната равнина между двете стъклени пластинки, светлинният лъч трябва да пада от страна на пластинката с показател на пречупване n_1 под ъгъл

$$\beta > \beta_{\text{кр}}, \quad (0,5r)$$

като

$$\sin \beta_{\text{кр}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (0,5r)$$

Нека приемем, че светлинният лъч пада върху пластинката с показател на пречупване n_1 под ъгъл α , който води до ъгъл на пречупване $\beta_{\text{кр}}$, при което

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_{\text{кр}}} = n_1. \quad (1r)$$

Пречупеният лъч пада под ъгъл $\beta_{\text{кр}}$ върху разделителната равнина между двете пластинки. Тогава имаме

$$\sin \alpha = n_2 > 1, \quad (1r)$$

което означава, че няма ъгъл на падане α върху пластинката с показател на пречупване n_1 , който да доведе до ъгъл на падане върху разделителната равнина между двете стъклени пластинки равен на $\beta_{кр}$.

(1т)

Следователно не е възможно да се наблюдава пълно вътрешно отражение.

(1т)

Задача 3.

а) Мощността P на лампата е енергията, която тя излъчва за единица време. Мощността може да бъде определена по закона на Стефан-Болцман

$$P = ES = \sigma T^4 S. \quad (1т)$$

Ще разглеждаме волфрамовата жичка като цилиндър с околна повър-

хнина $S = \pi dl$. Тогава намираме

$$P = \sigma T^4 \pi dl \approx 60 \text{ W}. \quad (2т)$$

б) От закона на Вин определяме дължината на вълната λ , при която излъчването на жичката има максимален интензитет

$$\lambda = \frac{b}{T} \approx 1,4 \mu\text{m} = 1400 \text{ nm}. \quad (2т)$$

в) Електрическата мощност при работно напрежение U е

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{\rho l/S} \sim \frac{1}{l}, \quad P_1 \sim \frac{1}{l_1}, \quad (2т)$$

Откъдето намираме

$$l_1 = \frac{P}{P_1} l \approx 7 \text{ cm}, \quad (1т)$$

$$T_1 = \left(\frac{P_1}{\sigma \pi dl_1} \right)^{1/4} \approx 3300 \text{ K}. \quad (2т)$$