

Измерване на заряда на електрона q_e , използвайки шумове на Шотки*

Тодор М. Мишов¹, Емил Г. Петков¹, Александър А. Стефанов¹,
Александър П. Петков¹, Виктор И. Данчев¹, Зехра О. Абдрахим¹,
Златан Д. Димитров¹, Иглика М. Димитрова²,
Ристе Попески-Димовски³, Марина Попоска⁴, Сладжана Николич⁵,
Славолюб Митич⁶, Васил Н. Гурев¹, Риа Розенауер⁷,
Феликс Шварцфишер⁷, Васил Г. Йорданов¹, Алберт Варонов¹

¹Софийски университет Св. Климент Охридски, Физически факултет, к-ра Теоретична физика, София 1164, бул. Джеймс Баучер 5

²Химикотехнологичен и металургичен университет, Факултет по химични технологии, София 1156, бул. Климент Охридски 8

³Institute of Physics, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, “Ss. Cyril and Methodius” University, Skopje, R. Macedonia

⁴High school SOU Gimnazija “Mirche Acev”, 96a Prilepski braniteli Str., MKD-7500 Prilep, R. Macedonia

⁵Milan D. Milićević School, 27a Borivoja Stevanovića Str., RS-11000 Belgrade, Serbia

⁶Svetozar Marković Gymnasium, 1 Branka Radićevića Str., RS-18106 Niš, Serbia

⁷Karls-Gymnasium, Tübinger Straße 38, DE-70178 Stuttgart, Germany

Абстракт. Описани са няколко последователни експеримента с постановка с печатна електронна платка (PCB), специално изобретена за тях. Извършването на последователни експериментални задачи дава възможността да се определи стойността на заряда на електрона q_e . Флуктуациите на напрежението $U(t)$ трябва да бъдат измерени за различни осветености на фотодиод. Напрежението е усилено 1 милион пъти $Y = 10^6$. Усиленото напрежение $YU(t)$ е приложено на устройство, което дава като резултат стойността на осредненото вдигнато на квадрат напрежение $U_S = \langle (YU(t))^2 \rangle / U_0$. Това напрежение U_S се измерва с мултицет. Серията от измервания дава възможността да се определи q_e , използвайки добре известната формула на Шотки за спектралната плътност на токовия шум $(I^2)_f = 2q_e \langle I \rangle$. За по-малките ученици основната задача е да се анализира аналоговото повдигане на квадрат. Ученическите работи се разделят и оценяват в четири възрастово-разделени категории S, M, L, XL. За последната – XL категория, задачите са ориентирани към университетската образователна програма

*Задача на 6-ата Олимпиада по експериментална физика, София 8 декември 2018. Текстът, даден на учениците на английски, може да се намери в Интернет [arXiv:1703.05224v2](https://arxiv.org/abs/1703.05224v2) [physics.ed-ph].

по физика и включват теоретично изследване на експерименталната платка като инженерно устройство. Това е задачата на ОЕФ6, декември 2018 “Денят на електричния заряд”. ОЕФ6 се организира от Софийски клон на Съюза на физиците в България със съдействието на Софийски Университет и Съюза на физиците в Република Македония.

ВЪВЕДЕНИЕ

Още от самото си начало Олимпиадата по Експериментална Физика (ОЕФ) е световно известна: всички задачи от Олимпиадата са публикувани в Интернет [1–5] и от самото си начало, участниците бяха 120. През последните години участваха ученици от 7 страни и разстоянието между най-отдалечените градове е повече от 4 Мm. Нека опишем основните разлики между ОЕФ и други подобни състезания.

- Всеки участник в ОЕФ получава като подарък от организаторите постановката, с която е работил. По този начин, след като Олимпиадата е приключила, дори лошо представил се участник има възможност да повтори експеримента и да достигне нивото на шампиона. По този начин Олимпиадата директно влияе на нивото на преподаване в целия свят. След края на учебната година постановката остава в училището, където участникът е учил.
- Всяка от задачите е оригинална и е свързана с фундаментална физика или разбирането на действието на технически патент.
- В ОЕФ6 е реализирана олимпийската идея в първоначалната си форма и всеки, който има желание да участва от целия свят, може да го направи. Няма ограничение в броя на участниците. От друга страна, сходството с други олимпиади е, че задачите са пряка илюстрация на учебния материал и заедно с други подобни състезания смекчава деградацията на гимназиалното образование, което е световна тенденция.
- Една и съща експериментална постановка се дава на всички участници, но задачите за различните възрастови групи са различни, също както водата в плувния басейн е еднакво мокра за всички възрастови групи в едно състезание по плуване.

Накратко ще споменем задачите от предишните пет ОЕФ:

- 1) Постановката на ОЕФ1 бе всъщност ученическа версия на американския патент на самонулиране на постоянно токови усилватели [1].

- 2) Задачата на втората ОЕФ2 [2] бе да се измери константата на Планк, като се използва дифракция от компакт диск на светлина от светодиоди.
- 3) Една съвременна реализация на принадлежащия на НАСА патент за използване на отрицателното съпротивление за генериране на електрични трептения бе постановката на ОЕФ3 [3].
- 4) Четвъртата ОЕФ [4] бе посветена на фундаменталната физика – да се определи скоростта на светлината чрез измерване на електрични и магнитни сили. Иновативният елемент бе приложението на теорията на катастрофите към анализа на устойчивостта на маха-ла.
- 5) Темата на ОЕФ5 бе да се измери константата на Болцман k_B , следвайки идеята на Айнщайн за изучаване на топлинните флукутации на електрическото напрежение на кондензатор.

Настоящата ОЕФ6 следва традиционната тема на Олимпиадата да се измерва някоя фундаментална константа. Вдъхновен от лекция за флукутации на Айнщайн, Валтер Шотки разбира, че зарядът на електрона също може да се определи от изучаването на шумове на напрежението. Сега, век по-късно, поради появата на ниско-шумни операционни усилватели, идеята на Шотки може да бъде реализирана като гимназиална задача.

Накратко, установените традиции са баланс между фундаменталната физика и съвременен работещи технически изобретения, достъпни за образованието.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ПОСТАНОВКА

Вашата експериментална постановка трябва да съдържа:

1. Печатна електронна платка (PCB) и двойна рейка, на която е запоен фотодиод и държач за литиева батерия.
2. Четири батерии по 9 V и с два двойни конектора.
3. Три батерии по 1.5 V и държач за тях с потенциометър, запоен за него.
4. Найлонов плик, съдържащ следното:
 - два операционни усилвателя, запоени върху адаптери, със зелен етикет и номер върху тях;
 - умножител на напрежение, запоен върху адаптер с оранжев етикет;
 - литиева батерия.

5. Оптично влакно с бял цилиндър в единия край.
6. Пластмасова чаша с залепена пластмасова сламка.

В допълнение, трябва да имате два мултиметъра с нужните кабели за свързване, както и калкулатор.

ПРОСТИ НАЧАЛНИ ЗАДАЧИ. S

1. Включете мултиметъра да измерва напрежение (като волтметър).
2. Измерете напрежението на четирите 9 V батерии с максимална точност (използвайте обхвата от 20 V) и запишете напреженията в таблица. Направете същото с трите 1.5 V батерии, като сега използвате обхвата от 2000 mV на волтметъра.
3. Поставете трите 1.5 V батерии в държача за батерии. Свържете потенциометъра *потенциометрично* към един от мултиметрите. Въртете оста на потенциометъра. Измерете и запишете интервала на напреженията, които получавате. Това ще бъде източника на напрежение за следващите задачи. Изменението на полярността на свързването ще измени знака на напрежението.
4. Свържете четирите 9 V батерии към клипсовете, като закопчавате електродите.

АНАЛОГОВО ПОВДИГАНЕ НА КВАДРАТ. M

5. **Внимание!** *От този момент нататък има възможност да изгорите интегралните схеми, ако включите тях или батериите неправилно.* Ориентирайте постановката така, че жиците с етикети “OUT” и “COM” на края да бъдат отдясно, вижте Фиг. 1.
6. Внимателно свържете рейката на 9 V батерия към десните стърчащи три електрода на постановката. Етикет към етикет (двата етикета трябва да са един към друг.) **Работете внимателно – ако сбъркате полярността, ще изгорите умножителя на напрежение.**
7. Свържете средния контакт на потенциометъра с етикета с входната жичка с етикет “IN”. Използвайте жиците с “крокодили”.
8. Свържете някой от крайните електроди на потенциометъра към жицата, излизаща от другия електрод на потенциометъра към “земята” на постановката с етикет “COM”.
9. Свържете първия волтметър V_1 който ще показва напрежение U_1 към потенциометъра и “IN”–“COM” входовете на постановката. Това е успоредно свързване.

в таблица с колони: номер на измерването i , U_1 и U_2 .

15. Представете резултатите графично като U_1 е по абсцисата (хоризонталната координата), а U_2 е по ордината (вертикалната координата) на милиметровата хартия.
16. Към таблицата добавете колона $(U_1)^2$ като пресметнете квадрата на напрежението. Представете и този резултат графично на милиметрова хартия: $(U_1)^2$ – абсциса (хоризонтална ос) а U_2 – ордината (вертикална ос). Начертайте правата линия, която най-добре преминава в близост до експерименталните точки. Това линейно приближение (фитиране) се описва с уравнението

$$U_2 = (U_1)^2/U_0 + \text{const.}$$

Изберете две точки от правата линия и измерете разликата по абсцисата $\Delta(U_1^2)$ и по ординатата $\Delta(U_2)$. Чрез тяхното отношение определете наклона $U_0 = \Delta(U_1^2)/\Delta(U_2)$. Този параметър U_0 с размерност на напрежения е съществен за определянето на заряда на електрона q_e , както е описано в следващата глава.

ФЛУКТОСКОПИЯ НА НАПРЕЖЕНИЕТО. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ЗАРЯДА НА ЕЛЕКТРОНА q_e

17. Поставете трите батерии по 1.5 V в съответния държач. Свържете чрез два кабела тип “крокодил” двата външни електрода на потенциометъра към на лампата “B2-” и единия от пиновете “B2+” в десния горен край на постановката, показана на Фиг. 1. Тук поляритетът е без значение и при правилно свързване лампата трябва да свети.
18. Свържете чрез кабел тип “крокодил” “СОМ” входа на волтметъра V_1 с кабела “(-)” от постановката.
19. Аналогично, свържете с друг “крокодил” кабела “(+)” от постановката с входа “V Ω mA” на волтметъра V_1 . По този начин волтметърът V_1 показва потенциалната разлика U_{\pm} между точките “(+)” и “(-)”, като това напрежение е пропорционално на средния фототок на фотодиода.
20. Поставете литиевата батерия от 3 V в съответния държач, намиращ се на двойната рейка, на която е запоен фотодиодът, “(+)” на батерията да е към “(+)” на държача.
21. Пиновете за операционните усилватели с име “ADA4898-2”, намиращи се в центъра и в дясната страна на платката и имащи зелени

етикети до тях, са показани на Фиг. 1. Свържете операционните усилватели към тях така, че **зеленият етикет на всеки усилвател да е към зеления етикет на платката. Бъдете внимателни, неправилно свързване може да повреди усилвателите.**

22. Свържете рейката, на която е запоеен фотодиода, чрез пиновете “BPW34” на Фиг. 1. Позицията на рейката е очертана с маркер върху платката. Внимателно сложете оптичното влакно в черната сламка на чашата. Белият цилиндър трябва да влиза в сламката от дългия край, стърчащ от чашата. Проверете, че влакното може да се движи в сламката без голямо усилие.
23. Поставете свободния край на оптичното влакно в отвора на белия цилиндър, намиращ се върху крушката с нажежаема жичка, запоеана на платката.
24. Поставете чашата в близост до платката така, че фотодиодът, намиращ се върху рейката, свързана към платката, да влиза в сламката от късия край.
25. Свържете единия от конекторите за батериите от 9 V към трите захранващи пина, намиращи се от лявата страна на платката.
Бъдете внимателни! Оранжевите етикети на конекторите трябва да са към оранжевите етикети на платката. Превключете волтметъра на обхват от 2000 mV и местете вълновода в сламката. Измереното напрежение е U_{\pm} и трябва да може да достигне 1000 mV. По този начин, чрез местене на оптичното влакно, можете да промените фототока и да измервате пада на напрежението U_{\pm} върху резистора R . Ако не можете да достигнете максимална стойност от поне 700 mV или няма никакво напрежение изобщо, моля поискайте помощ от квесторите в залата. Това е важна начална стъпка от експеримента!
Не се опитвайте да премествате белия цилиндър, закачен за крушката.
26. Поискайте лед и вода и напълнете чашата. Поставете оптичното влакно в сламката от дългия край, стърчащ от чашата.
27. Проверете чашата за течове. Ако има такива, внимателно отделете чашата от платката и поискайте нова чаша.
28. Свържете “COM” изхода на платката с “COM” входа на волтметъра V_2 (това е същият волтметър, който сте използвали в Глава “Аналогово повдигане на квадрат”).
29. Свържете “OUT” изхода на платката с “V Ω mA” входа на волтметъра V_2 . Така, волтметърът V_2 измерва напрежението U_S , което е пропорционално на шума на фотодиода.

30. Свържете другия конектор за батериите 9 V към десния захранващ 3-пин на платката.

Бъдете внимателни! Оранжевите етикети на конекторите трябва да са към оранжевите етикети на платката.

31. Помолете квесторите за лепенка и залепете 6-те кабели от постановката към масата по следния начин:

- Първо разположете четирите батерии от 9 V под платката.
- Залепете “+” и “-” кабелите над платката, като се убедите, че не контактуват един с друг.
- Залепете “IN” и “NC” кабелите над платката и далеч от “+” и “-” кабелите.
- Залепете “OUT” и “COM” кабелите в дясната страна на платката, като се убедите, че не контактуват един с друг.

Сега вече вашата експериментална постановка би трябвало да прилича на паяк.

32. Погледнете измерваното напрежение V_2 , то трябва да се стабилизира около няколко десетки mV.

33. Започнете измерването на U_{\pm} и U_S : менете U_{\pm} , внимателно местейки оптичното влакно в сламката малко по-близо до фотодиода. Промяната на U_{\pm} между всяко последователно измерване трябва да е поне 100 mV. Търпеливо изчакайте U_S да се стабилизира, чакайте поне 2 минути. *Ако някакво смущение промени значително показанието на волтмеъра, отново изчакайте търпеливо стабилизация.* Запишете резултатите в таблица с колони: номер на измерване i , U_{\pm} и U_S .

34. Представете резултатите графично, където U_{\pm} е по абцисата (хоризонтална координата) и U_S е по ординатата (вертикална координата) на милиметрова хартия (ако ви е необходима допълнителна милиметрова хартия, помолете квесторите да ви дадат). Прекарайте права линия, която най-добре показва линейната зависимост $U_S = kU_{\pm} + \text{const}$. Изберете две точки на линията и определете наклона

$$k = \Delta U_S / \Delta U_{\pm},$$

където Δ означава разлика. Тази математична процедура се нарича линейна регресия. За нашата постановка $k \simeq 10^{-3}$.

35. Накрая определете заряда на електрона q_e , използвайки формулата

$$q_e = 2k \frac{y_1}{Y^2} \frac{R_L}{R} C_L U_0, \quad (1)$$

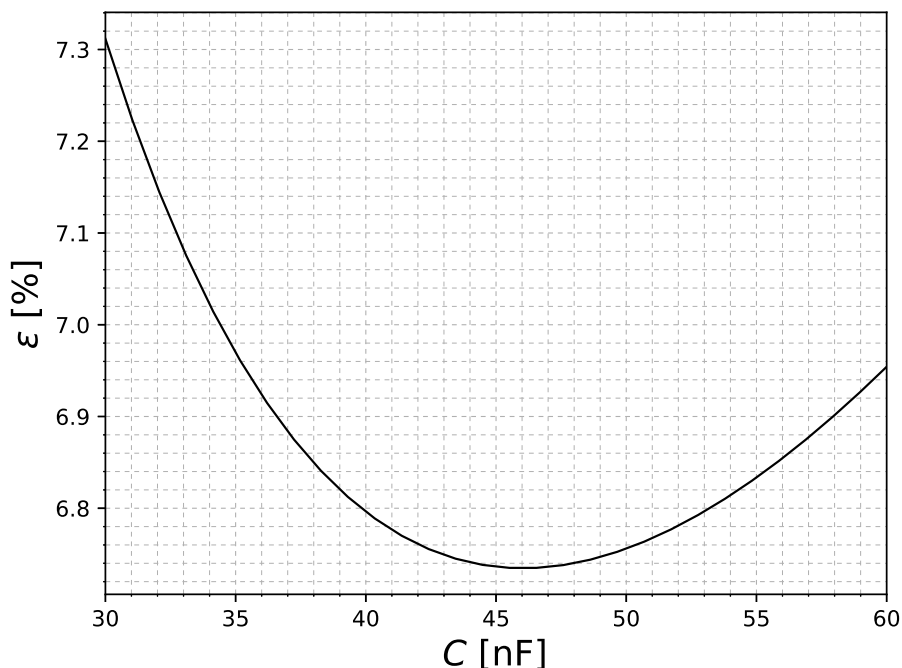
където $Y = 1.01 \times 10^6$ е пълното усилване на нашия усилвател и $y_1 = 101$ е усилването на първото стъпало. Можете да намерите стойността на C_L върху етикета в десния долен край на платката ($C \equiv C_L$), $R_L = 510 \Omega$ и $R = 200 \Omega$.

Поздравления! Току що измерихте фундаментална константа и сте сред добра компания!

36. Вашето измерване може да е малко по прецизно, ако отчетете не-идеалното поведение на операционните усилватели, чрез формулата

$$q_e = 2k \frac{y_1}{(1 - \varepsilon)Y^2} \frac{R_L}{R} C_L U_0. \quad (2)$$

Малката поправка $\varepsilon(C_L)$ като функция на капацитета C_L е графично представена на Фиг. 2. Намерете грешката ε от Фиг. 2 според стойността C_L , написана на вашата платка. Не забравяйте да разделите ε на 100 преди да изчислите q_e от уравнение (2).



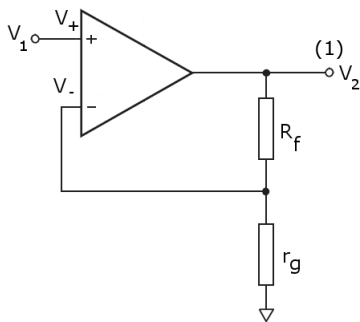
Фиг. 2. Грешката ε в проценти, използвана за определянето на q_e като функция на капацитета $C_L \equiv C$.

Преди един век този метод за измерване на заряда на електрона q_e (чрез измерване на шума, породен от дискретния заряд на токовите носители) е предложен от Валтер Шотки [6]. По това време той е работил с Макс Планк и е бил вдъхновен от лекция на Алберт Айнщайн на тема електрически флуктуации.

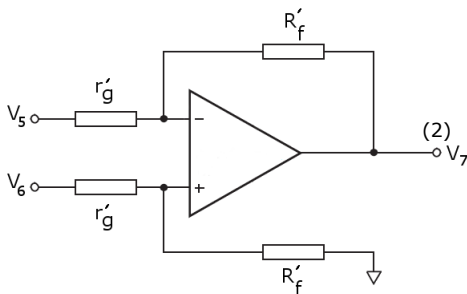
ЗАДАЧА ЗА ДОМАШНО. XI

Изведете формули (1) и (2), анализирайки веригата и табулираните стойности на параметрите от Табл. 1. Сметнете усилванията y_1 на буфера и пълното усилване на всички стъпала на усилвателя Y . Различните детайли от веригата са показани на Фигури 3 – 7.

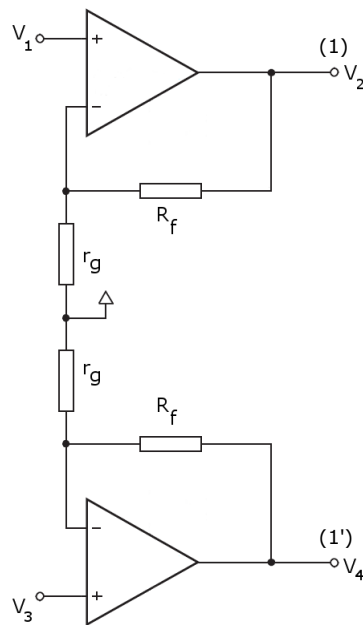
Решението трябва да бъде изпратено през нощта след Олимпиадата до изгрев Слънце на e-mail адреса на Олимпиадата epo@bgphysics.eu. Най-доброто решение ще спечели наградата на Зомерфелд с паричен еквивалент от DM137.



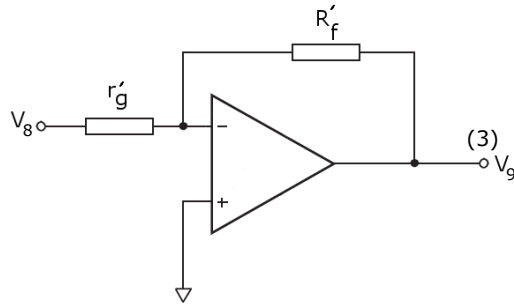
Фиг. 3. Неинвертиращ усилвател.



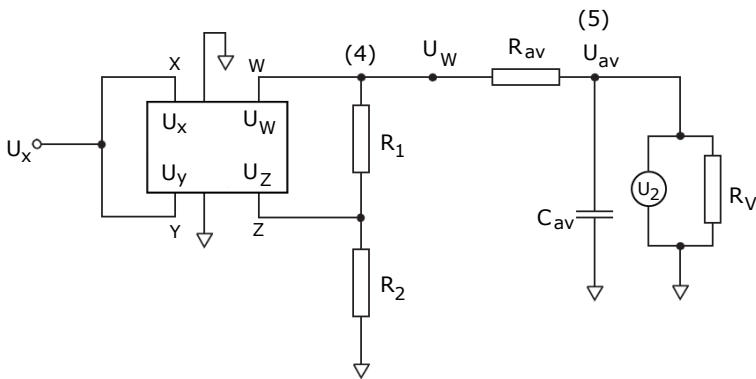
Фиг. 4. Диференциален усилвател.



Фиг. 5. Буфер.



Фиг. 6. Инвертиращ усилвател.



Фиг. 7. Аналогов усилвател.

Табл. 1. Таблица с числените стойности на елементите от веригата.

Параметър	Стойност	Параметър	Стойност
R	200 Ω	R_L	510 Ω
r_G	20 Ω	R_1	2 k Ω
R_F	1 k Ω	R_2	18 k Ω
C_F	10 pF	R_{av}	1.5 M Ω
C_G	10 μ F	C_{av}	10 μ F
R_G	100 Ω	R_V	\approx 1 M Ω
R'_F	10 k Ω	V_{CC}	+9 V
C'_F	10 pF	V_{EE}	-9 V

ЗАДАЧИ ЗА ПО-НАТАТЪШНА РАБОТА

Експерименталната постановка е всъщност lock-in волтметър и с нея може да измервате променлив сигнал по-малък от μ V. Пишете ни как да използвате “NC” изхода в този случай.

Литература

- [1] V.G. Yordanov, P.V. Peshev, S.G. Manolev, T.M. Mishonov, “Charging of capacitors with double switch. The principle of operation of auto-zero and chopper-stabilized DC amplifiers”, [arXiv:1511.04328 \[physics.ed-ph\]](https://arxiv.org/abs/1511.04328).
- [2] V.N. Gourev, S.G. Manolev, V.G. Yordanov, T.M. Mishonov, “Measuring Plank constant with colour LEDs and compact disk”, [arXiv:1602.06114 \[physics.ed-ph\]](https://arxiv.org/abs/1602.06114).
- [3] S.G. Manolev, V.G. Yordanov, N.N. Tomchev, T.M. Mishonov, “Volt-Ampere characteristic of “black box” with a negative resistance”, [arXiv:1602.08090 \[physics.ed-ph\]](https://arxiv.org/abs/1602.08090).
- [4] V.G. Yordanov, V.N. Gourev, S.G. Manolev, A.M. Varonov, T.M. Mishonov, “Measuring the speed of light with electric and magnetic pendulum”, [arXiv:1605.00493 \[physics.ed-ph\]](https://arxiv.org/abs/1605.00493).
- [5] T.M. Mishonov, E.G. Petkov, A.A. Stefanov, AP. Petkov, I.M. Dimitrova, S.G. Manolev, S.I. Ilieva, A.M. Varonov, “Measurement of the Boltzmann constant by Einstein. Problem of the 5-th Experimental Physics Olympiad. Sofia 9 December 2017” [arXiv:1801.00022v4 \[physics.ed-ph\]](https://arxiv.org/abs/1801.00022v4).
- [6] W. Schottky, “Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern”, *Ann. d. Physik* **57**, 541–567 (1918) (in German), (Тази статия бележи стогодишния юбилей от измерването на заряда на електрона чрез спектрална плътност на шума.); *Ann. d. Physik* **68**, 157–176 (1922) (in German), <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.19183622304/abstract>; https://en.wikipedia.org/wiki/Shot_noise.
- [7] T.M. Mishonov, E.G. Petkov, N.Zh. Mihailova, A.A. Stefanov, I.M. Dimitrova, V.N. Gourev, N.S. Serafimov, V.I. Danchev and A.M. Varonov, “Simple do-it-yourself experimental set-up for electron charge q_e measurement”, *Eur. J. Phys.* **39** 065202 (2018), <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aad3d7>.