

Зареждане на кондензатори с биполярен ЦК-ключ. Принцип на автонулиране на постояннотокови усилватели*

Васил Г. Йорданов¹, Стоян Г. Манолев², Тодор М. Мишонов³

¹Софийски Университет Св. Климент Охридски,
Физически факултет, София 1164, бул. Джеймс Баучър 5

²СУ Гоце Делчев, ул. Първомайска 3, MKD-2460 Валандово,
Република Македония

³Софийски Университет Св. Климент Охридски,
Физически факултет, к-ра Теоретична физика,
София 1164, бул. Джеймс Баучър 5

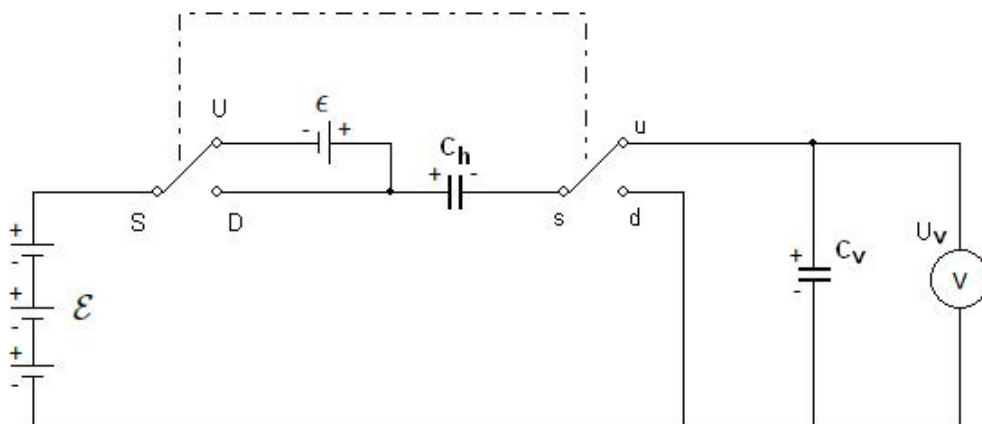
Абстракт. Принципът на автонулиране на постояннотокови усилватели, който намира приложение при много от съвременните операционни усилватели, е илюстриран чрез експериментална задача, използваща прости и достъпни уреди. Тази задача беше дадена на Първата Олимпиада по експериментална физика (ОЕФ) “Ден на кондензатора”, проведена в София и Гевгели през 2014 г. Олимпиадата се организира от Софийския клон на Съюза на физиците в България и от Регионалното сдружение на физиците от Струмица, Република Македония. Олимпиадата е отворена за ученици от цял свят и в този смисъл е международна. Като допълнение към решението на задачата е дадено подробното инженерно описание на патента на Едуин Голдберг и Джул Леман *Stabilized direct current amplifier*, U.S. Patent 2,684,999 (1949). Всички ученици, класирани на призови места, разбраха каква е идеята на патента, което бе една от целите на Олимпиадата.

УСЛОВИЕ НА ЗАДАЧАТА

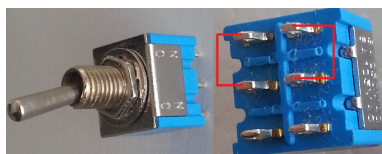
На електрическата схема, показана на Фиг. 1, двата ключа са сдвоени (казва се още биполярен ЦК-ключ) и едновременно могат да се намират в горно (означено с U и u), Фиг. 2, или долно (означено с D и d) положение, Фиг. 3. Кондензаторите с капацитети C_h и C_v се зареждат при превключване от двата източника на електродвижещо напрежение $\mathcal{E}$ и ϵ .

- Измерете с волтметър напрежението U_v на кондензатора C_v след голям брой превключвания на сдвоените ключове.

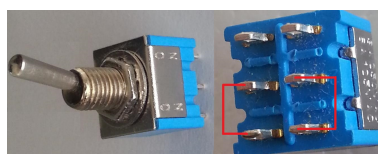
*Текстът на задачата на български език с превод на английски, македонски и сръбски може да се намери в Интернет <http://arxiv.org/abs/1511.04328> [1]



Фиг. 1. Електрична схема на зареждане на кондензатори със сдвоен ключ.



Фиг. 2. Биполярен ЦК-ключ в горно положение.



Фиг. 3. Биполярен ЦК-ключ в долно положение.

- Как напрежението U_v зависи от $\mathcal{E}$, ϵ , C_h и C_v и къде тази задача би могла да намери техническо приложение?

Ако може да решите задачата по свой начин, не четете упътването, а работете. Ако не можете да направите експеримента, опитайте да предскажете резултата от експеримента без да измервате (това също се признава за решение).

Пожелаваме Ви успешна работа!

Упътване към задачата с много подточки, съответстващи по трудност за различните класове

Ако не знаете как да започнете, следвайте точките от упътването. **Не давайте батериите на късо!** Ако се опитвате да измерите напрежение на батерия, а мултиметърът е превключен като амперметър, батерията се изтощава много бързо. При почти всички подусловия мултиметърът се използва като волтметър. Единствено на края има необходимост да измервате ток и съпротивление.

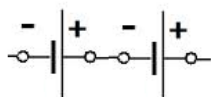
1. Включете проводници в мултиметъра. Превключете мултиметъра като волтметър и измерете напрежението на всяка една от трите



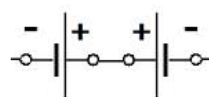
Фиг. 4. Сдвоен ключ, батерии, мултиметър, кондензатор.

батерии (вж. Фиг. 4). Разменете двата края на батерията и вижте, че волтметърът дава противоположно по знак напрежение. Запишете и двете показания и проверете дали по модул (без да се гледа знакът) те съвпадат. Ако има малко различие, запишете разликата.

2. Съединете две батерии една с друга, като плюса на едната е свързан с минуса на другата (това се нарича последователно свързване), Фиг. 5. Измерете напрежението и го сравнете със сумата на напреженията на двете батерии. Сега допрете двата плюса на батериите и измерете напрежението между двата минуса (вж. Фиг. 6). Каква е разликата между пресметнатата и измерената стойност?



Фиг. 5. Последователно свързване на батерии, плюса на едната батерия е свързан с минуса на другата.



Фиг. 6. Последователно свързване на батерии, плюса на едната батерия е свързан с плюса на другата.

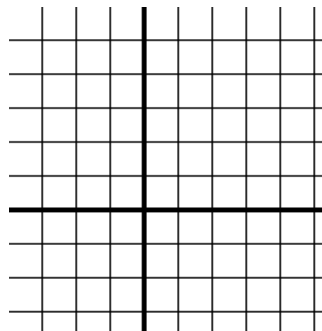
3. Повторете този експеримент, като използвате по-големия от двата кондензатора (от $4700\ \mu\text{F}$), както пише от страни на цилиндъра. На кондензатора има нанесени знаци минус (-). Този извод трябва да се свърже с минуса (-) на батерията. Плюса на батерията (+) свържете с другия край на кондензатора и изчакайте така 10 s. Сега свържете волтметъра и измерете напрежението на кондензатора.

Запишете го и го сравнете с напрежението на батерията. Ако тези напрежения са близки, казваме, че кондензаторът е зареден.

4. Сега съединете проводниците, излизащи от кондензатора. Това се казва късо съединение. Може да използвате и съединителен меден проводник. Дръжте кондензатора съединен на късо повече от 10 s. Сега измерете и запишете напрежението на кондензатора, като го включите към волтметъра. За такъв кондензатор се казва, че е разреден.
5. Заредете кондензатора с батерията от 4.5 V. Не забравяйте да свържете минус с минус и пак изчакайте 10 s. Пригответе се да записвате в таблица показанията на волтметъра всяка минута. Подгответе 11 записа в Табл. 1. И така за 10 min измервайте напрежението на кондензатора като функция от времето. Записвайте показанията на волтметъра всяка минута, или даже всеки 10 секунди, ако можете.

Табл. 1. Напрежението на кондензатора като функция от времето

№	t (s)	U (V)
1		
2		
3		
4		
⋮		
⋮		



Фиг. 7. Хартия на квадратчета.

6. Вземете сега карирана или милиметрова хартия (Фиг. 7) и представете резултатите от таблицата графично. Нарисувайте гладка крива, минаваща близо до точките.
7. Повторете този опит с малкия кондензатор и качествено опишете различието на опитите, като качествено анализирате фигурите.
8. Повторете този експеримент, като свържете “неправилно” минуса на кондензатора с плюса на батерията. Опишете качествено различията. Използвайте същите фигури, като нанасяте данните от новите таблици.
9. Поставете батериите в държателите. Различните изводи на държателя с 3-те батерии дават напрежения приблизително 1.5 V, 3.0 V и 4.5 V. Измерете точно и запишете тези 3 напрежения. Измерете и

напрежението от държателя, в който има само една батерия. Волт-метърът отчита и знака на напрежението, запомнете за удобство, кога се получава знак '+'. Така вече имате два източника на електродвижещо напрежение, които на схемата от Фиг. 1 са означени с $\mathcal{E}$ и ϵ . Избягвайте да давате на късо; не превключвайте мултицета (мултиметъра) в режим амперметър и, за да избегнете грешка по невнимание, залепете цветен етикет на входа за амперметър.

10. Свържете схемата, показана на Фиг. 1, като използвате дадения Ви набор за експерименталната постановка, където $C_h = 470 \mu\text{F}$, $C_v = 4700 \mu\text{F}$, $\epsilon \approx 1.5 \text{ V}$ и $\mathcal{E} \approx 4.5 \text{ V}$.
11. След като свържете схемата, обърнете внимание на полярността на електролитните кондензатори. Върху самите кондензатори знакът плюс не е маркиран, а е означен само знакът минус с един или няколко знака ($-$, $--$, $---$). При неправилно включване на полярността електролитните кондензатори се разреждат много бързо и измерването не може да бъде направено. При по-продължителни включени напрежения с обратна полярност електролитният кондензатор губи свойствата си.
12. Измерете напрежението U_v на кондензатор C_v след голям брой превключвания на сдвоения ключ и го запишете. Непрекъснато превключвайте ключа и гледайте показанията на волтметъра.
13. Проверете още веднъж полярността на батериите и кондензаторите.
14. Повторете измерването на U_v след голям брой превключвания на сдвоения ключ (прекъсвач), като използвате за $\mathcal{E}$ източници с различни напрежения: 0.0 V , 1.5 V , 3.0 V и 4.5 V . Представете резултата таблично, както е показано на Табл. 2. Нулево напрежение се получава, ако махнете батерията и я замените с проводник (парче жица от дадения набор).

Табл. 2. Подреждане на експерименталните данни; изследвайте всичките четири комбинации

№	$\mathcal{E} \text{ (V)}$	$\epsilon \text{ (V)}$	$U_v \text{ (V)}$
1	4.5	1.5	?
2	3.0	1.5	?
3	1.5	1.5	?
4	0.0	1.5	?

Табл. 3. Напрежение, ток и отношението напрежение/ток

№	$U \text{ (V)}$	$I \text{ (}\mu\text{A)}$	$U/I \text{ (}\Omega\text{)}$

15. Анализирайте таблицата с експерименталните данни, като се опитате да изведете общо правило за пресмятането на U_v чрез параметрите на схемата $\mathcal{E}$, ϵ , C_h и C_v . Може ли това правило да бъде изведено с математични разсъждения; “Откриваме с интуиция – доказваме с логика”.
16. За да анализирате схемата, начертайте я два пъти. Веднъж с ключове в горно положение и още веднъж с ключове в долно положение. След това пречертайте схемите, като изпуснете излишните детайли, например висящите проводници. Можете ли да пресметнете, колко трябва да бъде U_v след голям брой превключвания? Съвпада ли пресмятането с измерването?
17. И накрая за пълното разбиране на задачата, помислете къде би могла да намери техническо приложение?
18. От изводите на държателя с трите батерии може да получите три различни напрежения. Подайте тези напрежения на резистора от комплекта и измерете тока през резистора за всяко от напреженията. Резултатите представете таблично: напрежение, ток и отношение напрежение/ток. Представете графично отношението като функция от напрежението за всяко от 3-те напрежения. Качествено анализирайте графиката. Превключете мултицета като омметър и измерете съпротивлението на резистора. Това подусловие е дадено на края, защото с амперметър най-лесно се изгарят батериите.

Задача за домашно

Довършете решението на задачата вкъщи и утре ни пратете решението. Не търсете в Интернет или в книги – задачата е нова. При домашната работа регламентът се променя. Можете да организирате сътрудничество и да се консултирате със специалисти. В текста на решението накрая добавете списък на участниците с техния принос и благодарности към консултантите. Крайната цел на задачата е една: да се разбере къде подобно устройство намира технически приложения вече повече от половин век. И ако след време някой от участниците в олимпиадата стане автор на изобретение, намерило приложение в живота на хората, то през днешния ден сме живяли смислено и пълноценно.

ОТГОВОР

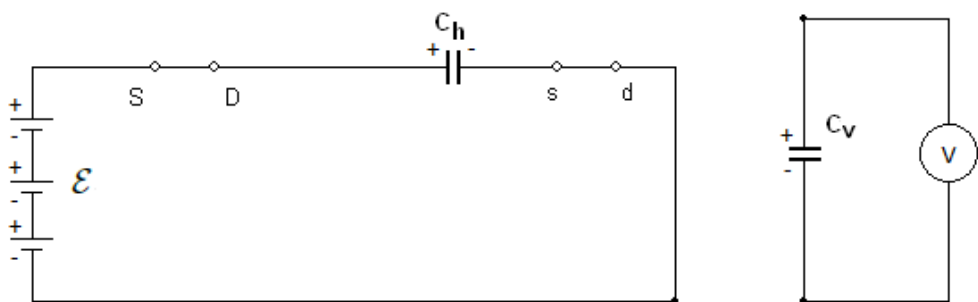
След много на брой превключвания напрежението на волтметъра престава да зависи от $\mathcal{E}$, C_h и C_v и достига стойност ϵ . Това е метод за измерване на постоянно-токови напрежения, при който ключовете автоматично

нулират прибора и съкращават електродвижещото напрежение $\mathcal{E}$. Така се елиминира плаването на нулата в постоянно-токовите усилватели, в които възникват паразитни напрежения $\mathcal{E}$. Принципът е патентован [2] още през 1949 г. и е реализиран в голям брой интегрални схеми [3–8]. Авторите на патента са решили проста електротехническа задача с два ключа и два кондензатора, в която се използват само училищни знания по физика. Или с други думи, задачата, представена на Олимпиадата по експериментална физика, е адаптирана за ученици версия на това изобретение.

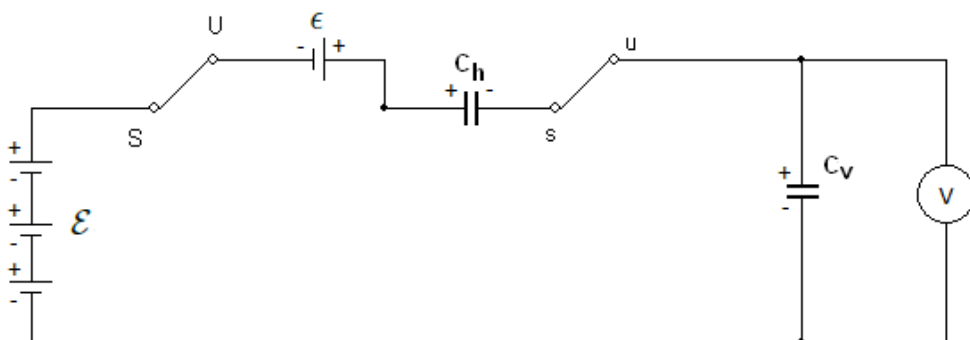
РЕШЕНИЕ СЛЕД ГОЛЯМ БРОЙ ПРЕВКЛЮЧВАНИЯ

Независимо от началното зареждане на кондензаторите, след голям брой превключвания върху кондензатора C_v се установява постоянно напрежение U_v , което се измерва с волтметъра. Нека започнем анализа на схемата, когато ключовете са в долно положение (D и d). За прегледност на Фиг. 8 схемата е пречертана, като са премахнати излишните детайли. В този случай, кондензаторът C_h се зарежда от батерията $\mathcal{E}$ до напрежение $U_h = \mathcal{E}$, а напрежението върху кондензатора C_v е U_v . Нека пренебрегнем бавното разреждане на C_v през волтметъра. При превключване още веднъж на сдвоенния ключ в горно положение (U и u) заряда на кондензаторите не се променя, но сега, както е показано на Фиг. 9, имаме две последователно свързани батерии и два кондензатора. Сумарното напрежение на батериите е равно на сумарното напрежение върху кондензаторите $\mathcal{E} + \epsilon = U_h + U_v$. Но както видяхме по-рано, $U_h = \mathcal{E}$ и за напрежението върху кондензатора C_v остава $U_v = \epsilon$.

Така благодарение на ключовете напрежението $\mathcal{E}$ се съкращава и волтметърът от Фиг. 1 измерва накрая електродвижещото напрежение



Фиг. 8. В долно положение на ключовете от Фиг. 1 батерията $\mathcal{E}$ зарежда кондензатора C_h с напрежение $U_h = \mathcal{E}$, а волтметърът показва напрежение U_v върху кондензатора C_v .



Фиг. 9. В горно положение на ключовете от Фиг. 1 имаме две последователно свързани батерии и два последователно свързани кондензатора. Сумарното напрежение на батериите е равно на сумарното напрежение на кондензаторите $\mathcal{E} + \epsilon = U_h + U_v$.

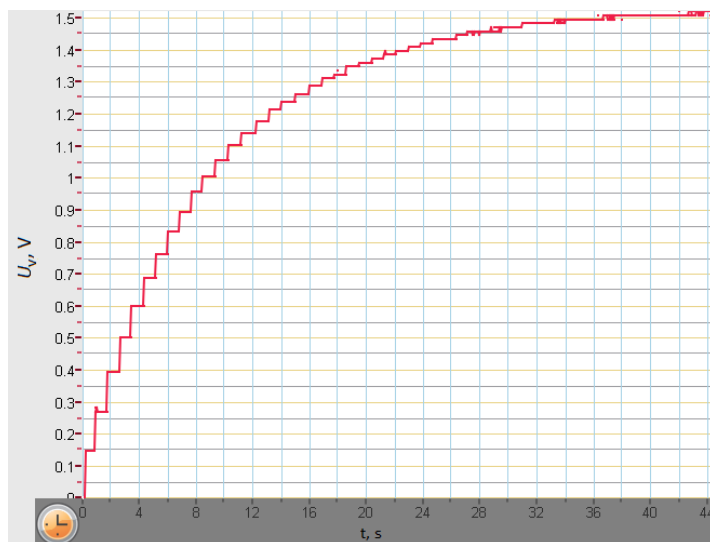
ϵ без да е пряко свързан с полюсите на тази батерия. Този резултат не зависи от отношението C_v/C_h , само броят на превключванията трябва да бъде значително по-голям от това отношение. В нашия случай $C_v/C_h = 4700 \mu\text{F}/470 \mu\text{F} = 10$ и примерно след 20 превключвания се достига приемлива точност.

Постояннотоковите усилватели, които се използват за измерване на малки напрежения, “страдат” от така нареченото “плаване на нулата”, сякаш към изследваното напрежение ϵ се добавя паразитно напрежение $\mathcal{E}$. Това паразитно напрежение може да бъде елиминирано от системата от ключове и кондензатори, подобна на разгледаната в задачата.

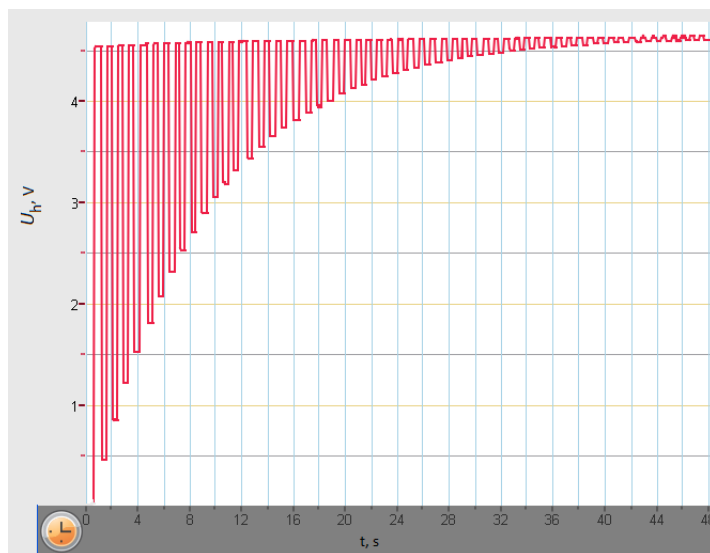
При съставяне на задачата от схемата е премахнат усилвателят, но системата от ключове и кондензатори, която извършва самонулирането [3,4] е оставена без изменение. Както споменахме, устройството е патентовано преди 64 години и в областта на електрониката това е един от най-често цитираните патенти на САЩ [2].

Описание на работата на техническото устройство

В тази част ще разгледаме работата на постановката като инженерно устройство. Това описание не беше искано от учениците при решението на задачата, а ние го даваме само за менторите, които желаят да получат пълно описание на работата на постановката. По трудност тази секция съответства на нивото на дипломиран инженер и всяка точка от Фиг. 10 и Фиг. 11 е пресметната.



Фиг. 10. Напрежението на вертикалния кондензатор при различни превключвания. Вижда се, че след голям брой превключвания напрежението клони към постоянна стойност, която съвпада с напрежението на хоризонталната батерия. Отклоненията от тази крайна стойност се описват от уравнение (19).



Фиг. 11. Напрежението на хоризонталния кондензатор при различни превключвания. Вижда се, че след голям брой превключвания напрежението клони към постоянна стойност, която съвпада с напрежението на вертикалната батерия. Тези напрежения се описват от уравнение (21).

Нека първоначално ключът е в долно положение. Разсъжденията по-долу няма да се различават, ако първоначално изберем ключът да е в горно положение. Нека с горен индекс, заграден в скоби, отбелязваме номерата на последователните превключвания на ключа, започвайки с индекс 0 за горно положение на ключа, т.е. преди да сме направили първото превключване. Тогава напреженията на кондензаторите след всяко превключване ще бъдат съответно:

$$U_h^{(0)}, U_h^{(1)}, U_h^{(2)} \dots, \quad (1)$$

$$U_v^{(0)}, U_v^{(1)}, U_v^{(2)} \dots. \quad (2)$$

Тъй като след две превключвания ключът е в същото начално положение, нечетните индекси съответстват на долните положения на ключа, а четните – на горните положения на ключа:

- за долните положения на ключа за напреженията съответно на хоризонталния и вертикалния кондензатор имаме: $U_h^{(2n+1)}, U_v^{(2n+1)}$;
- за горните положения на ключа за напреженията съответно на хоризонталния и вертикалния кондензатор имаме: $U_h^{(2n)}, U_v^{(2n)}$.

Да разгледаме веригата в долното положение на ключа. От тази верига се вижда, че

$$U_v^{(2n+1)} = U_v^{(2n)}, \quad n \geq 1 \quad (3)$$

Приемаме, че $U_v^{(1)}$ има произволна стойност, която зависи от това, какъв заряд е имало на кондензатора в самото начало. Разбира се, би могло $U_v^{(1)} = 0$, ако преди да включим кондензатора към схемата сме дали на късо двата му края, но ние ще разгледаме общия случай на произволна начална стойност

$$U_h^{(2n+1)} = \mathcal{E}, \quad n \geq 0. \quad (4)$$

Да разгледаме веригата в горно положение на ключа. В тази верига двата кондензатора се оказват последователно свързани с еквивалентен капацитет

$$C_{hv} = C_h C_v / (C_h + C_v). \quad (5)$$

Напрежението върху двата кондензатора поотделно преди да превключим ключа в горно положение са: $U_h^{(2n-1)}$ и $U_v^{(2n-1)}$.

В момента непосредствено след превключване на ключа напрежението в краищата на големия кондензатор е

$$U_{hv}^{(2n-1)} = U_h^{(2n-1)} + U_v^{(2n-1)}, \quad (6)$$

докато напрежението върху новата батерия от последователно свързаните $\mathcal{E}$ и ϵ е $\mathcal{E} + \epsilon$.

За да се компенсира тази потенциална разлика, протича заряд към големия кондензатор с големина

$$Q_{hv} = (\mathcal{E} + \epsilon - U_{hv}^{(2n-1)})C_{hv}. \quad (7)$$

Тъй като големият кондензатор е съставен от последователно свързани два кондензатора, зарядът отива върху плочата на първия кондензатор и с противоположен знак се натрупва върху срещуположната плоча на последния кондензатор.

Напрежението върху всеки един от кондензаторите се променя съответно за хоризонталния с Q_{hv}/C_h , а за вертикалния – с Q_{hv}/C_v , и следователно:

$$\begin{aligned} U_h^{(2n)} &= U_h^{(2n-1)} + (\mathcal{E} + \epsilon - U_{hv}^{(2n-1)})C_{hv}/C_h, & n \geq 1, \\ U_v^{(2n)} &= U_v^{(2n-1)} + (\mathcal{E} + \epsilon - U_{hv}^{(2n-1)})C_{hv}/C_v, & n \geq 1. \end{aligned} \quad (8)$$

От последните уравнения, като заместим $\epsilon - U_{hv}^{(2n-1)}$ с дефиницията му, получаваме:

$$\begin{aligned} U_h^{(2n)} &= U_h^{(2n-1)} + (\mathcal{E} + \epsilon - (U_h^{(2n-1)} + U_v^{(2n-1)}))C_{hv}/C_h, & n \geq 1, \\ U_v^{(2n)} &= U_v^{(2n-1)} + (\mathcal{E} + \epsilon - (U_h^{(2n-1)} + U_v^{(2n-1)}))C_{hv}/C_v, & n \geq 1. \end{aligned} \quad (9)$$

Тук заместваме изразите за $U_h^{(2n-1)}$ и $U_v^{(2n-1)}$ и получаваме:

$$\begin{aligned} U_h^{(2n)} &= \mathcal{E} + (\mathcal{E} + \epsilon - (\mathcal{E} + U_v^{(2n-2)}))C_{hv}/C_h, & n \geq 1, \\ U_v^{(2n)} &= U_v^{(2n-2)} + (\mathcal{E} + \epsilon - (\mathcal{E} + U_v^{(2n-2)}))C_{hv}/C_v, & n \geq 1. \end{aligned} \quad (10)$$

След опростяване на последните уравнения получаваме:

$$\begin{aligned} U_h^{(2n)} &= \mathcal{E} + (C_{hv}/C_h)(\epsilon - U_v^{(2n-2)}), & n \geq 1, \\ U_v^{(2n)} &= (C_{hv}/C_v)\epsilon + (1 - C_{hv}/C_v)U_v^{(2n-2)}, & n \geq 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Нека преозначим $(2n) = (k)$. Тогава смисълът на индекса (k) е, че той задава номера на напрежението след поредното превключване в долно положение.

$$U_h^{(k)} = \mathcal{E} + (C_{hv}/C_h)(\epsilon - U_v^{(k-1)}), \quad k \geq 0, \quad (12)$$

$$U_v^{(k)} = (C_{hv}/C_v)\epsilon + (1 - C_{hv}/C_v)U_v^{(k-1)}, \quad k \geq 0. \quad (13)$$

Последното уравнение може да препишем по следния начин:

$$\epsilon - U_v^{(k)} = \epsilon - (C_{hv}/C_v)\epsilon - (1 - C_{hv}/C_v)U_v^{(k-1)}, \quad (14)$$

$$\epsilon - U_v^{(k)} = (1 - C_{hv}/C_v)(\epsilon - U_v^{(k-1)}). \quad (15)$$

Нека израза в скобите означим с

$$q = (1 - C_{hv}/C_v) = 1 - C_{hv}/C_v = 1 - C_h/(C_v + C_h) = C_v/(C_v + C_h) < 1. \quad (16)$$

Тогава за отклонението $u_v^{(k)}$ на напрежението $U_v^{(k)}$ от крайната стойност ϵ

$$u_v^{(k)} = U_v^{(k)} - \epsilon, \quad (17)$$

се получава рекурентното уравнение

$$u_v^{(k)} = qu_v^{(k-1)}. \quad (18)$$

Това уравнение има решение

$$u_v^{(k)} = q^k u_v^{(0)}. \quad (19)$$

При параметрите на нашата задача $q = 0.9$ и след 30 превключвания имаме $0.9^{30} = 0.0424 = 1/23.6$, $u_v^{(30)} = 0.9^{30} u_v^{(0)} = u_v^{(0)}/23.6$, т.е. отклонението от крайната стойност намалява повече от 23 пъти.

След достатъчно голям брой превключвания напрежението ще бъде неотличимо от крайната стойност, която е и напрежението на батерията

$$U_v^{(k)} \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} \epsilon. \quad (20)$$

Като използваме въведеното означение за $u_v^{(k)}$ (17), уравнение (13) придобива вида

$$U_h^{(k)} = \mathcal{E} - \frac{C_{hv}}{C_h} u_v^{(k-1)} = \mathcal{E} - \frac{C_{hv}}{C_h} q^{k-1} u_v^{(0)} \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} \mathcal{E}. \quad (21)$$

Експериментални данни за напреженията на кондензаторите при последователно превключване са дадени на фигурите 10 и 11.

Преходни процеси

Ако внимателно се изследват преходните процеси при зареждане на кондензатори, както бе дадено в подусловие 6 и 7, то зависимостта на напрежението на кондензатора от времето се дава с формулата

$$U_C(t) = U_f + (U_i - U_f) \exp(-t/RC), \quad (22)$$

където $U_i = U(0)$ е началното и $U_f = U(\infty)$ е крайното напрежение на кондензатора след достатъчно голям период време, C е капацитетът на кондензатора, а R е съпротивлението на резистора, през който се зарежда кондензатора от източника на напрежение. Тогава зарядът върху кондензатора е

$$Q(t) = CU_C(t) = CU_f + C(U_i - U_f) \exp(-t/RC), \quad (23)$$

а токът е производната на тази функция

$$I(t) = \frac{d}{dt}Q(t) = -\frac{1}{R}(U_i - U_f) \exp(-t/RC). \quad (24)$$

За напрежението върху резистора от закона на Ом имаме

$$U_R = RI = -(U_i - U_f) \exp(-t/RC), \quad (25)$$

като двете напрежения сумарно дават приложеното външно напрежение

$$U_C + U_R = U_f. \quad (26)$$

В следващата секция ще дадем едно малко по-просто описание, което може да бъде проследено от ученици.

Рекурентни зависимости между напреженията при превключване на ключовете

За ученици използването на горни индекси изглежда прекалено сложно и затова ще повторим горния извод с опростени означения. Когато вече знаем отговора, е лесно да го възпроизведем по най-краткия начин. Например, когато знаем, че напрежението на вертикалния кондензатор след голям брой превключвания е ϵ , е удобно да въведем означение за отклонението $u_v \equiv U_v - \epsilon$. Така за ключ в горно положение, когато вертикалният кондензатор е отделен от останалата верига (вж. Фиг. 8), получаваме представянето

$$U_v = \epsilon + u_v \quad (27)$$

и нашата цел е да докажем, че след голям брой превключвания $u_v \rightarrow 0$.

В това горно положение на ключа зарядът върху вертикалния кондензатор е $Q_v = C_v(\epsilon + u_v)$. Аналогично, в това горно положение на ключа, напрежението върху хоризонталния кондензатор е $U_h = \mathcal{E}$, а зарядът му е $Q_h = C_h \mathcal{E}$.

Нека сега да си представим два последователно свързани кондензатора C_1 и C_2 , на които напреженията се сумират. Ако външното напрежение се измени с ΔU , то един и същ заряд ΔQ ще се преразпредели по плочите на кондензаторите

$$\Delta U = \frac{\Delta Q}{C_1} + \frac{\Delta Q}{C_2} = \frac{\Delta Q}{C}, \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}. \quad (28)$$

Така ние изведохме формулата за капацитет на последователно свързани кондензатори $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$. А при превключване в долно положение (вж. Фиг. 9) вертикалният и хоризонталният кондензатор са вече последователно свързани и общият им капацитет е

$$C_{hv} = \frac{C_h C_v}{C_h + C_v}. \quad (29)$$

Първоначално напреженията върху двата кондензатора са били $U_v = \epsilon + u_v$ и $U_h = \mathcal{E}$, а сумарното им напрежение е $\epsilon + u_v + \mathcal{E}$. След превключване на ключа в долно положение сумарното напрежение на двата последователно свързани кондензатора става $\epsilon + \mathcal{E}$, което е сумата от напреженията на двете последователно свързани в това положение на ключа батерии. Изменението на сумарното напрежение е $\Delta U = -u_v$ и това води до изменение на зарядите върху плочите

$$\Delta Q = C_{hv} \Delta U = -C_{hv} u_v. \quad (30)$$

Така след превключване в долно положение зарядът на вертикалния кондензатор става

$$Q'_v = Q_v + \Delta Q = C_v U_v - C_{hv} u_v, \quad (31)$$

а новото напрежение върху вертикалния кондензатор е

$$U'_v = \frac{Q'_v}{C_v} = U_v - \frac{C_{hv}}{C_v} u_v = (\epsilon + u_v) - \frac{C_{hv}}{C_v} u_v = \epsilon + \left(1 - \frac{C_{hv}}{C_v}\right) u_v. \quad (32)$$

При връщане на ключа обратно в горно положение кондензаторът C_v си запазва заряда Q'_v и напрежението U'_v . Това ново напрежение изразяваме чрез новото отклонение u'_v

$$U'_v = \epsilon + u'_v; \quad (33)$$

знакът прим (') означава нова стойност, когато ключът се връща в горно положение. Двете последни формули за U'_v след съкращаване на ϵ дават

$$u'_v = \left(1 - \frac{C_{hv}}{C_v}\right) u_v = q u_v, \quad (34)$$

$$q \equiv 1 - \frac{C_{hv}}{C_v} = 1 - \left(\frac{C_h C_v}{C_h + C_v}\right) \frac{1}{C_v} = \frac{C_v}{C_h + C_v} < 1.$$

Тази рекурентна формула е най-важната за провеждания анализ. Тя дава зависимост за отклонението на напрежението след едно двойно превключване долу-горе. Новата стойност u'_v се изразява чрез старата u_v . След голям брой превключвания $k \rightarrow \infty$ стойността $q^k \rightarrow 0$ и така докажем простата крайна формула $U_v \rightarrow \epsilon$.

Сега може да поясним означенията, използвани в предишната секция. Първоначално нека ключът се намира в горно положение и кондензаторът C_v е незареден:

$$U_v^{(0)} = 0 = \epsilon + (-\epsilon), \quad u_v^{(0)} = -\epsilon. \quad (35)$$

Горният индекс $(^{(0)})$ означава началото на експерименталната работа. След едно двойно превключване напрежението на вертикалния кондензатор става

$$U_v^{(1)} = \epsilon + (-\epsilon)q, \quad u_v^{(1)} = -\epsilon q. \quad (36)$$

След k двойни превключвания напрежението върху вертикалния кондензатор е

$$U_v^{(k)} = \epsilon + (-\epsilon)q^k, \quad u_v^{(k)} = -\epsilon q^k, \quad (37)$$

което е в съответствие с уравнение (19) и експерименталните данни от Фиг. 10.

Забележка

Физиката е експериментална наука, но ако някой достигне до решението на задачата само с напрежение на духа и математически разсъждения, даже без да се докосва до постановката – също се признава за решение. До голяма степен мисията на теоретичната физика е да предскаже резултата от експеримент, който никой досега не е правил. *Няма значение как е получен резултатът,*

$$U_v = \epsilon, \quad (38)$$

с теоретични разсъждения или с анализ на експериментални данни – целта и на пресмятанията и на измерванията е една и съща: *разбиране на природата на нещата.*

Благодарности за обратна връзка

Моля пишете ни какво е вашето мнение за този нов формат за състезание по експериментална физика: дали задачата е интересна, дали е много трудна.

Моля, сравнете вашето решение на задачата с предложеното от авторите и ни пишете, ако имате коментари или сте намерили по-разбираемо за ученици решение. Ако имате идеи за нови експериментални задачи, пишете ни на същия адрес.

Една от целите на авторите е да въведат нов стандарт за представяне на условията и решенията на задачите, максимално близък до оформянето на публикациите в научните списания по физика. Например, всички литературни извори са дадени с хипервръзки към съответните интернетни страници. Сравнете оформянето на патент отпреди 60 години и еволюцията в оформянето на статиите в последните 10 години. Към коя епоха бихте причислили оформянето на учебниците, сборниците и задачите за олимпиади? Настоящият текст е компилиран с $\text{\LaTeX}$. Фигурите са изготвени с програмата Paint.

Авторите благодарят за финансовата помощ на български спомоществователи, благодарение на която бяха изготвени експерименталните постановки за олимпиадата, както и на Декана на Физически факултет проф. Ал. Драйшу за предоставяне на аудитории за провеждане на олимпиадата в София, за вниманието и подкрепата.

Един от авторите ТММ изказва благодарност на гл. експерт от МОН Валя Иванова за подкрепата на Олимпиадата по експериментална физика, изразеното мнение и стимулиращите дискусии.

ОТЗИВИ ЗА ПРОВЕДЕНАТА ОЛИМПИАДА ПО ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ФИЗИКА ЕПО-1 (Ден на кондензатора)

В Първата Олимпиада по Експериментална физика, проведена през 2014 г., участваха 113 ученика от 7 до 12 клас от България, Македония и Сърбия. От тях 13 ученика решиха най-важното условие на задачата, а именно, как напрежението U_v зависи от $\mathcal{E}$, ϵ , C_h и C_v .

Отзиви за Олимпиадата дадоха 32 участника, 22 придружаващи (учител или родител) и 1 гост. По-долу са представени в табличен вид техните отговори на четири въпроса:

Въпрос 1: Вашата оценка за трудността на задачата

Отговор	Брой
Много трудна	1
Трудна	25
Нормална	27
Лесна	1
Много лесна	0

Въпрос 2: *Ще участвате ли в олимпиадата догодина на 1 ноември 2015 г.?*

Отговор	Брой
Ще участвам	38
Не мога да потвърдя в момента	12
Няма да участвам	1
Да, ако се проведе в България	0
Да, ако се проведе в Македония	1
Да, ако се проведе в Сърбия	1
Само ако е международна	1

Въпрос 3: *Намирате ли задачата за интересна?*

Отговор	Брой
Завладяваща	12
Интересна	40
Рутинна	1
Не е интересна	1
Досадна	0

Въпрос 4: *Дайте оценка за нивото на организацията на Олимпиадата*

Отговор	Брой
Организирана по-добре от другите олимпиади	8
Много добре организирана	20
Добре организирана	17
Нормално организирана	3
Лошо организирана	3

Допълнителни препоръки и коментари за Олимпиадата, получени от формата за обратна връзка:

- Много хубаво и духовно извисено откриване.
- Може би различни задачи за различните възрастови групи.
- Задачата беше много по-трудна и интересна, отколкото си представях. Поздравления за организацията и всичките комплекти, които сте осигурили!
- Една единствена препоръка:

“Да нахраниш чуждите деца” е преди всичко човечност. Моля, за следващите Експериментални олимпиади организаторите да намират средства да осигуряват една “мини-хранителна инжекция” за учениците. Ако експерименталните задачи са винаги толкова интересни и завладяващи, дори и за най-малките – задължително е необходимо мини-хапване. Та те вечно са гладни. Щом и най-малките изразходваха енергия на максимум, значи организаторите са успели. Надявам се догодина организато-

рите да ни изненадат отново приятно с новите задачи. Лично аз днес нямах време, за да работя по задачата, но се надявам, че ще бъде и за мен удоволствие да се вгълбя в нея, както са го сторили моите ученици. Всички бяха изключително впечатлени! Като техен учител благодаря от сърце на целият Ви екип; специални поздрави на малкият – голям човек от екипа Ви Лъчезар! Изключително съм доволна, че със задачата успяхте да ангажирате вниманието дори и на Павлин, който е дете с повишена чувствителност и, въпреки че е “сгафил” при свързването на веригата, не се е притеснил и не е излязъл – толкова му е било много интересно.

Благодарим за топлото посрещане и за отличният професионализъм!

Бъдете здрави и щастливи!

- С нетърпение ще очакваме Експерименталната олимпиада по физика – 2015.
- За мен си беше добре организирано; надявам се следващия път да има повече хора, за да бъде по-забавано.
- Олимпиадата беше различна от другите състезания. Най-интересното, че провокирахте моите ученици да продължават да мислят на връщане с влака за домашната работа. Мисля, че трябва да продължи такъв тип олимпиада.
- Точно от такава олимпиада се нуждаят днешните ученици. Приведствам Ви за страхоната идея. Възхищавам се на вашият ентузиазъм. Убедена съм, че тази година просто поставихте началото на нещо толкова любопитно и забавно както за учниците, така също и за учителите. Успех!
- Беше интересно, забавно и интригуващо – добър начин децата да се концентрират и да имат интерес към училището.
- Много се радвам за това, че първата олимпиада по експериментална физика бе факт и силно се надявам това да е успешното начало на ежегодни срещи на младите мозъци.
- Науката няма бариери!
- Од добро, секогаш има подобро, но гледано од финансиската страна, организацијата на конкретниот настан е најдобра. Честитки за вложениот труд и за реализацијата, исто така пофални зборови за готвачите и за послугата. Покажавте дека, ако се сака – ништо не е невозможно.

- Доста добро беше тоа што ги оставивте учениците самите да довршат, наместо да ги прекинете на крајот од третиот час. Така секој од нас можеше да ја реализира својата замисла до крај. Се надевам дека и следната година ќе биде повторно вака.
- Ако веќе сакавте да ги истакнете најдобрите петнаесет натпреварувачи, тоа можеше да биде направено слично како и на останатите натпревари по физика - со доделување на први, втори и трети награди. А вака диплома за, да речеме, единаесетто место никому не може за ништо да му послужи. И уште нешто, сметам дека не е во ред тоа што учениците од 9 одделение до 4 година се натпреваруваа на иста задача и беа на иста ранг-листа.
- Ранг листа на првите најуспешнуи учесници да се објави јавно сите да видат!
- Не добивме никако избестување за резултатите на поединци и увид на грешки, што лично сметам дека е потребно затоа што велíme од грешките се учи. Исто така се надевам дека во иднина натпреварувачите ќе бидат поделени во групи според возраста. Мене ми се допадна натпреварот затоа што прв пат присуствувам на такво нешто и мило ми е што ќе се одржува и понатаму.
- Да се направи поделба на тежината на задачите според возраста на учениците?
- Мене ми фалеше само 3 жички. Не побарав бидејќи на таблата пишеше дека треба да имаме 3+3. И на писмото пишеше дека ќе бидиме во конкуренција со 1 година, а јас бев 9 одд. И ако може резултатите. Исто така во писмото пишеше дека ќе има само мерења на напон, отпор и јачина на струја, но не беа спомнати кондензаторите.
- Опредметата да се провери за секој ученик пред почетокот на натпреварот и условите на задачата да се конкретни за соодветната група (9 одд и 1-ви клас односно за група, 2-ра, 3-та и 4-та година).
- Натпреварот беше одлично организиран и реализиран, но секогаш има подобро. Поздрав до организаторите, ја имате мојата поддршка за Вашите активности.
- Kako za pocetok, odlicno.
- Da bidat uchenicite podeleni barem vo dve kategorii po vozrast, kako i zadachite na dve nivoa sprema vozrasta na uchenicite.
- Упатството на задачата беше добо претставено, единствена тешкотија беше претставувањето на струјното коло во пракса. Но, според

мое мислење, тоа се базира на не доволно искуство и вежбање со инструментите што ги имавме на располагање, и не доволно искуство со претставување кола во пракса. Сепак, овој натпревар беше супер од повеќе аспекти, и една од позитивноста на овој натпревар е тоа што не бевме под стрес или било каква психичка растеретеност. Беше многу забавно додека го правевме експериментот и притоа можеме да се пофалиме дека добивме сертификати за добро поминато време. Единствена идеја која би ја споделила е тоа да овој натпревар не биде посветен само на кондензатори туку да се обрати внимание на повеќе компоненти подеднакво, со тоа и да се промени името, всушност да остане само како “Експериментален натпревар по физика”. Исто така мислам дека треба малку порано да се известат учениците кои се прифатени како учесници за да имаат повеќе време да извежбаат практично да го претстават струјното коло. Друри предлози немам од причина што се беше супер и големи пофалби до идејата за одржување на овој натпревар, и честитки за успешната организација и реализација на истиот.

- Задачите да бидат по нивоа според возраста, а не исти за сите ученици со различна возраст. Учениците на различна возраст не размислуваат и решаваат исто.
- Тежината на практичната задача да биде според возраста на учениците односно да бидат поделени во повеќе групи.
- Zadacite i baranjata za osnovno i sredno nemoze da se isti, po tezina.
- Натпреварот беше добро организирам и задачата беше интересна, но единствената замерка што ја имам е тоа што немаше доволно време. Оваа олимпијада беше различна од другите по тоа што имаше само експерименти. Ние не можевме да ги провериме експериментите и за да немаме лоши резултати требавме на бидеме претпазливи и внимателни, а тоа зафаќа доста време. Јас мислам дека требаше натпреварот да траеше четири часа за да можеме да завршиме се на време.
- Имам само една забелешка. Пред да се одржи натпреварот беше истакнато да се уплати котизација за учество на натпревар и на крај и оние кои не учествуваа т.е. не уплатиле (само се пријавиле за учество), се здобија со сертификат за учество. Мислам дека не испадна фер спрема тие што зедаа активно учество и на натпреварот и на семинарот. Поздрав.
- Za narednite ovakvi oblici na natprevaruvanja, dokolku ne se vo Makedonija, prasanje e dali ucilisteto ke izdvoi sredstva za ucestvo.

Литература

- [1] V.G. Yordanov, P.V. Peshev, St.G. Manolev, T.M. Mishonov, Charging of capacitors with double switch. The principle of operation of auto-zero and chopper-stabilized DC amplifiers, arXiv:1511.04328 [physics.ed-ph]
- [2] Edwin Goldberg and Jules Lehmann, *Stabilised direct current amplifier*, U.S. Patent 2,684,999 (1949);
http://www.philbrickarchive.org/us2684999_chopper.pdf
- [3] Eric Nolan, *Demystifying Auto-Zero Amplifiers—Part 1. They essentially eliminate offset, drift, and 1/f noise. How do they work? Is there a downside?*, Analog Dialogue **34-2** (2000) pp. 1-3, **Fig. 1**; *ibidem* 34-3 pp. 1-2;
<http://www.analog.com/library/analogDialogue/archives/34-02/demystify/demystify.pdf>
- [4] *Chopper Stabilized (Auto-Zero) Precision Op Amps*, Analog Devices, MT-055 TUTORIAL (2009) pp. 1-6, Fig. 2;
<http://www.analog.com/static/imported-files/tutorials/MT-055.pdf>
- [5] Reza Moghimi, *To Chop or Auto-Zero: That Is the Question*, Analog Devices, MS-2062 Technical Article (2011) pp. 1-6, Figs. 1, 2;
http://www.analog.com/static/imported-files/tech_articles/MS-2062.pdf
- [6] *Zero-Drift, Single-Supply, Rail-to-Rail Input/Output Operational Amplifier*, Analog Devices, Datasheet AD8638/AD8639, (1999-2011);
http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/AD8571_8572_8574.pdf
- [7] *16 V Auto-Zero, Rail-to-Rail Output Operational Amplifiers*, Analog Devices, Datasheet AD8571/AD8572/AD8574, (2007-2010);
http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/AD8638_8639.pdf
- [8] *Precision, Ultralow Noise, RRIO, Zero-Drift Op Amp*, Analog Devices, Datasheet ADA4528-1/ADA4528-2, (2011-2012);
http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/ADA4528-1_4528-2.pdf

Charging of Capacitors with Double Switch. The Principle of Operation of Auto-Zero and Chopper-Stabilized DC Amplifiers

Vasil G. Yordanov¹, Stojan G. Manolev², Todor M. Mishonov³

¹St. Kliment Ohridski University of Sofia, 5 James Bourchier Blvd., 1164 Sofia

²Middle School “Goce Delchev”, Purvomaiska str. 3, MKD-2460 Valandovo

³Department of Theoretical Physics, St. Kliment Ohridski University of Sofia,
5 James Bourchier Blvd., 1164 Sofia

Abstract: The principle of operation of auto-zero and chopper-stabilized DC amplifiers realized in many contemporary operational amplifiers is illustrated by a simple experimental setup given at the First Open Experimental Physics Olympiad 2014 – “The Day of Capacitor”, held in Sofia and Gevgelija. The Olympiad was organized by the Sofia Branch of the Union of Physicists in Bulgaria and the Regional Society of Physicists of Strumica, Republic of Macedonia. In addition to the solution of the secondary school problem, a detailed engineering description of the patent by Edwin Goldberg and Jules Lehmann, *Stabilized direct current amplifier*, U.S. Patent 2,684,999 (1949) is given. The basic idea of this invention was adapted for the level of high school students and was given as a problem at the Olympiad.