

Областен кръг на XVII Национална олимпиада по астрономия

Ева Божурова¹, Захари Дончев²

¹Софийски университет, Физически факултет, 1164 София,
бул. “Джеймс Баучър” 5

²Институт по астрономия и НАО, Българска Академия на Науките,
1784 София, бул. Цариградско шосе 72

Областният кръг на XVII Национална олимпиада по астрономия се проведе на 3 февруари 2014 г. Участваха 525 ученици от около 50 населени места в цялата страна. По традиция учениците бяха разделени на четири възрастови групи – V-VI, VII-VIII, IX-X и XI-XII клас. Материалът, необходим за решаването на задачите от сатрономическата олимпиада, съществено надхвърля рамките на астрономическите знания, включени в стандартната учебна програма. При подготовката на учениците се разчита на извънкласни и извънучилищни форми на обучение – астрономически школи и кръжоци към различни училища, водени от учители ентусиасти, или в народните астрономически обсерватории.

Ученици от 5. и 6. клас

Задача 1. Планета гигант

Около далечна звезда е открита газова планета гигант, подобна на Юпитер. Тя се върти около оста си с период 8 часа. Голямото виолетово петно е огромен вихър в бурната атмосфера на планетата, който се намира на екватора. Един от спътниците на планетата – Скалистият спътник – се движи около нея с период 16 часа. А Леденият спътник се движи на подалечна орбита с период 24 часа. Двата спътника имат кръгови екваториални орбити и обикалят около планетата в същата посока, в която тя се върти около оста си.

1. През какъв интервал от време Скалистият спътник прелита над Голямото виолетово петно? А Леденият спътник?
2. През какъв интервал от време при движението си около планетата спътниците се сближават на минимално разстояние един от друг?

Обяснете вашите отговори, като нарисувате схема на планетата с орбитите на спътниците и посочите различни характерни положения на спътниците и на Голямото виолетово петно.

Решение

Лесно се вижда, че периодът на околоосно въртене на планетата и периодите на орбитално движение на нейните спътници са кратни на 8 часа.

Нека в някакъв момент от време Скалистият спътник прелита над Голямото виолетово петно (Схема 1а).

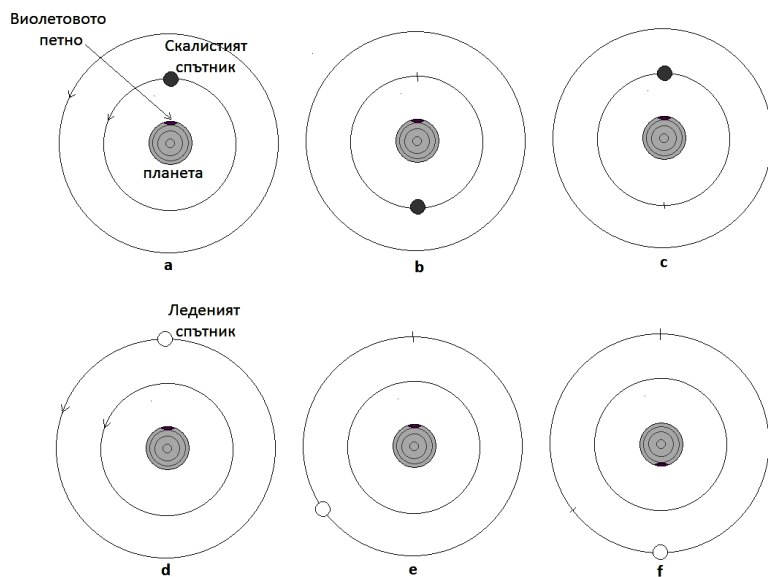


Схема 1.

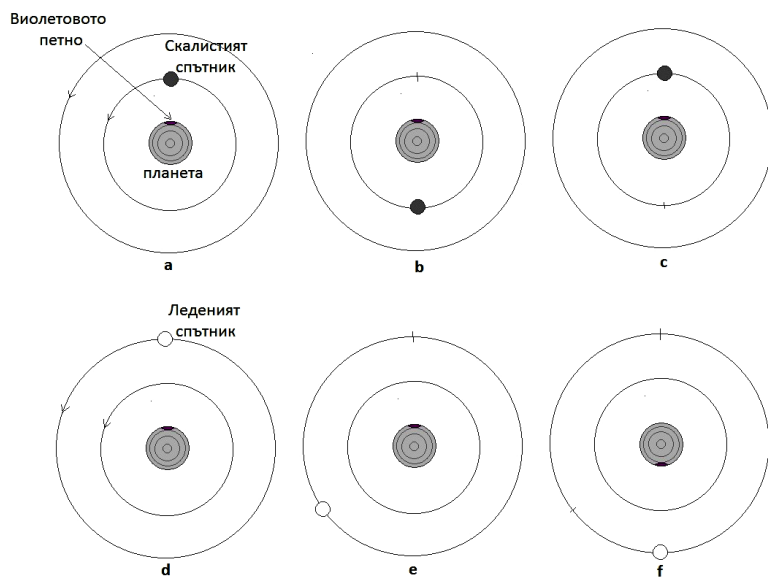


Схема 2.

Осем часа по-късно планетата ще е направила едно пълно завъртане около оста си и Голямото виолетово петно ще е в същото положение, а спътникът ще е изминал половината от пътя си около планетата (Схе-

ма 1b). След още осем часа – след още едно завъртане на планетата – атмосферният вихър пак ще е на същото място, а спътникът отново ще преминава над него (Схема 1c). Следователно Скалистият спътник прелита над Виолетовото петно през интервал от 16 часа.

Да разгледаме движението на Ледения спътник. В даден момент той прелита над Голямото виолетово петно (Схема 1d). Ако нарисуваме последователните положения на този спътник и на атмосферния вихър на планетата през интервали от 8 часа, можем да стигнем до заключението, че Леденият спътник прелита над Виолетовото петно през период, равен на неговия орбитален период, т.е. 24 часа. Но нека да бъдем повнимателни. Осем часа след момента, отразен на (Схема 1d), петното е отново в същото положение, а спътникът е изминал $\frac{1}{3}$ от обиколката около планетата (Схема 1e). Да видим, обаче, какво ще стане само 4 часа по-късно (Схема 1f).

За това време спътникът ще измине още $\frac{1}{6}$ от обиколката си, а планетата ще направи половин завъртане около себе си – и отново Леденият спътник ще преминава над Голямото виолетово петно. Само че Виолетовото петно този път ще е разположено диаметрално противоположно на предишното си положение. Така че, от първото преминаване на Ледения спътник над атмосферния вихър до второто ще са изминали общо 12 часа. След още 12 часа Леденият спътник пак ще прелети над Виолетовото петно, но тогава тяхното разположение ще е от другата страна на планетата, същото, както на Схема 1d. Следователно Леденият спътник прелита над Голямото виолетово петно през интервал от 12 часа.

На Схема 2g е изобразен момент на максимално сближаване на Скалистия и Ледения спътник. Чрез подобни разсъждения, като нарисуваме последователните им положения през 8-часови интервали, можем да установим, че сближаването на спътниците става през период, равен на времето за две обиколки на Ледения спътник около планетата, или 48 часа.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- *За начертаване на схеми и определяне на интервала, през който Скалистият спътник минава над Виолетовото петно – 4 т.*
- *За начертаване на схеми и определяне на интервала, през който Леденият спътник минава над петното – 4 т.*
(Ако са направени схеми и разсъждения, но участникът е стигнал до неправилен извод, че спътникът прелита над петното през интервал от 24 часа – 2 т.)
- *За начертаване на схеми и определяне на интервала, през който стават максималните сближавания на двата спътника – 4 т.*

Задача 2. Космически рекорди

През 1994-95 г. руският космонавт Валерий Поляков е извършил най-продължителния полет на човек в космоса – 438 денонощия на борда на орбиталната станция “Мир”. Това обаче, не е първият му дълъг космически полет. През 1988-89 г. той лети на същата станция 241 денонощия.

1. Станцията “Мир” е обикаляла около Земята с период 92 минути. Приемаме, че всеки път, когато космическата станция навлезе в сянката на Земята, Слънцето за нея залязва, а когато станцията излезе от сянката на нашата планета, Слънцето за нея изгрява. Колко изгреви и залези на Слънцето е могъл да види руският космонавт общо за двата си полета от борда на станцията?
2. За колко години живот на земната повърхност човек би видял същия брой изгреви и залези на Слънцето?

Решение

По време на всяка обиколка на орбиталната станция около Земята космонавтите могат да видят един изгрев и един залез на Слънцето. Следователно едно “космическо” денонощие за екипажа на станцията продължава колкото един неин орбитален период, или 92 минути. Космонавтът Валерий Поляков е летял на борда на “Мир” общо:

$$438 + 241 = 679 \text{ земни денонощия}$$

В тях се съдържат:

$$679 \times 24 \times 60 \text{ минути} = 977760 \text{ минути.}$$

За това време станцията е направила:

$$977760 : 92 \approx 10628 \text{ обиколки около Земята.}$$

Следователно космонавтът е могъл да види 10628 изгрева и още толкова залеза на Слънцето. В действителност няма как той да ги е видял всичките, понеже през част от времето, естествено, му се е налагало и да спи.

Така космонавтът е преживял 10628 “космически” денонощия. Ако би се намирал на земната повърхност, той би видял същото число изгреви и залези на Слънцето за 10628 земни денонощия. Те биха се равнявали на:

$$10628 : 365.25 \approx 29 \text{ години.}$$

Накрая трябва да отбележим, че космонавтът е преживял на борда на станцията близо две години и за тези две години Земята е направила

почти две обиколки около Слънцето. Тъй като направлението на земната сянка се определя от посоката Земя-Слънце, при орбиталното движение на нашата планета това направление бавно се завърта. За две години станцията ще пресече земната сянка не 10628 пъти, а $10628 - 2 = 10626$ пъти и толкова ще бъдат изгревите и залезите, които биха могли да се наблюдават от космонавта. Но това уточнение не следва да се изисква от участниците в олимпиадата, които са във възрастовата група 5-6 клас.

Критерии за оценяване (общо 9 т.)

- За намиране на общия брой дни, прекарани в полет от Валерий Поляков – 1 т.
- За извода, че по време на една обиколка на станцията могат да се видят един изгрев и един залез на Слънцето – 1 т.
- За верен начин на пресмятане на броя на обиколките на станцията и намиране на броя на изгревите и залезите – 2 т.
- За правилен числен отговор – 1 т.
- За правилен метод за определяне на периода от време, за който на земната повърхност бихме видели толкова изгреви и залези – 3 т.
- За правилен числен отговор – 1 т.

Задача 3. Затъмнения

Нарисувайте как са разположени Слънцето, Земята и Луната при слънчево и лунно затъмнение и обяснете как се получават те.

За една година на Земята се случват от 2 до 5 слънчеви затъмнения и от 0 до 3 лунни затъмнения.

1. Колко слънчеви затъмнения биха могли да се наблюдават за една година от лунната повърхност?
2. Наблюдават ли се от Луната земни затъмнения?

Обяснете вашите отговори.

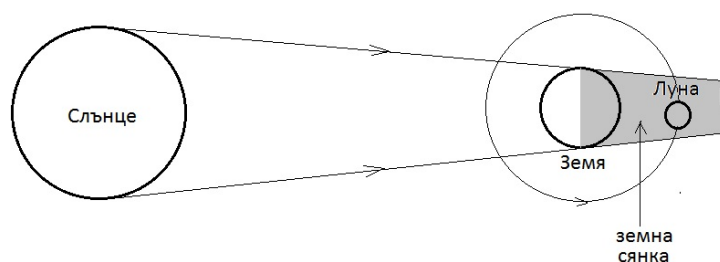
Решение

Първо начертаваме схеми, чрез които да обясним как стават затъмненията. Както се вижда на схемите, лунно затъмнение става, когато Луната премине през сянката, хвърляна от Земята, а слънчево затъмнение става, когато върху Земята попадне лунната сянка.

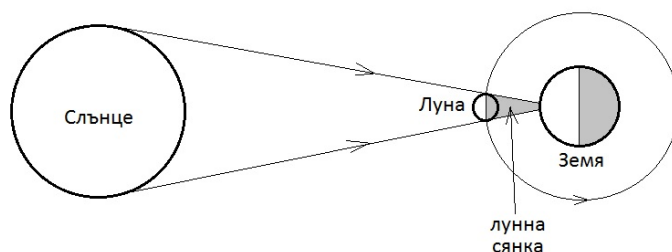
Използвайки тези схеми, можем да си представим какво би се виждало от Луната в същите моменти от време. Когато на Земята се наблюдава лунно затъмнение, за един лунен наблюдател Земята ще закрива Слънцето и всъщност той ще вижда слънчево затъмнение. Следователно, когато на Земята се вижда лунно затъмнение, на Луната става слънчево

затъмнение. Щом на Земята се наблюдават от 0 до 3 лунни затъмнения, на Луната ще се наблюдават годишно от 0 до 3 слънчеви затъмнения.

При слънчево затъмнение, наблюдавано от Земята, сянката, която хвърля Луната върху нашата планета, е много малка. Тя е с размер само около 100–200 km. Пълното слънчево затъмнение може да се наблюдава само от малка област върху земното кълбо. Какво би видял тогава един лунен наблюдател? Пълно земно затъмнение за него никога не би имало. Той би трябвало да вижда само едно малко тъмно петънце на лунната сянка някъде върху огрятата от Слънцето Земя. Но то ще е толкова малко, че, за да го различи наистина, на наблюдателя ще е необходим телескоп.



Лунно затъмнение



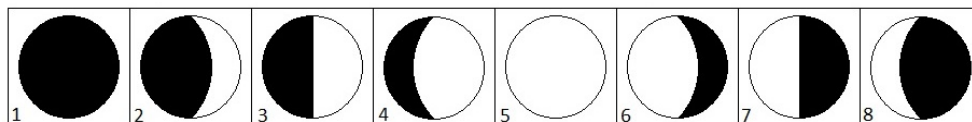
Слънчево затъмнение

Критерии за оценяване (общо 10 т.)

- За представяне на схеми на затъмненията и обяснение – 3 т.
- За правилни разсъждения при какви условия на Луната се наблюдава слънчево затъмнение – 2 т.
- За верен извод колко слънчеви затъмнения се виждат от Луната годишно – 2 т.
- За правилни разсъждения относно земните затъмнения, наблюдавани от Луната и извод – 3 т.

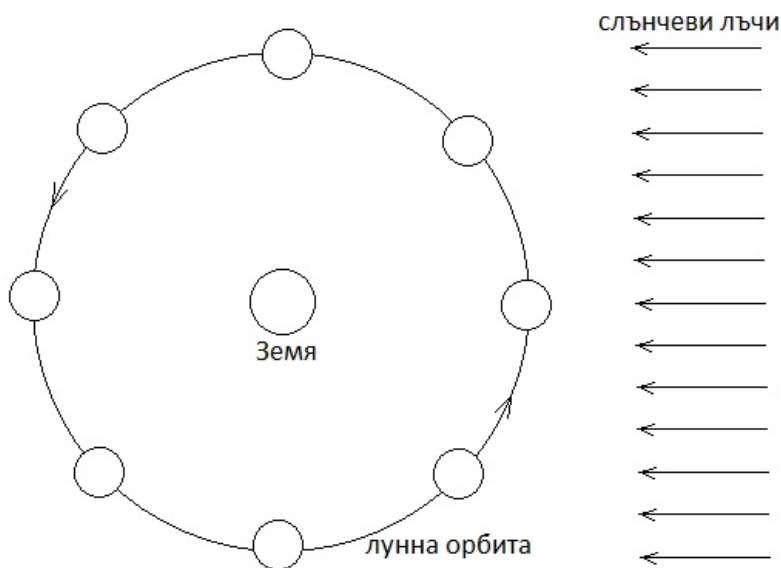
Задача 4. Луна в небето.

На Фиг. 1 виждате поредица от изображения на различни лунни фази.



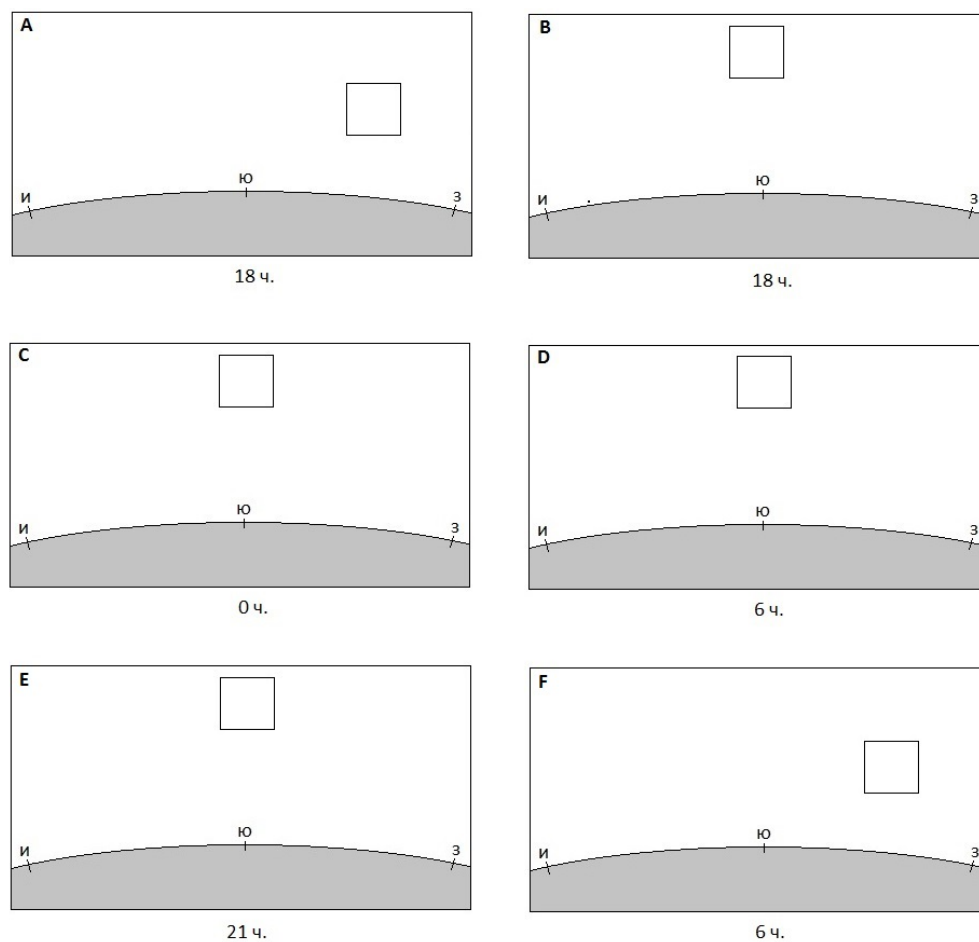
Фиг. 1

На Фиг. 2 е дадена схема със Земята, лунната орбита около нея и слънчевите лъчи. Поставете се на мястото на земен наблюдател и помислете в какви фази ще виждате Луната при различните положения, нанесени по нейната орбита. До всяко от тези положения поставете номера на съответната фаза от поредицата на Фиг. 1.



Фиг. 2

На Фиг. 3 са дадени шест картинки, показващи земната повърхност, хоризонта с посоките на света и небето. Обърнете внимание на моментите от време, отбелязани под картинките. В празните квадратчета нарисуйте Луната в подходящата фаза, избрана от поредицата на Фиг. 1. За всеки от случаите обяснете вашето решение.

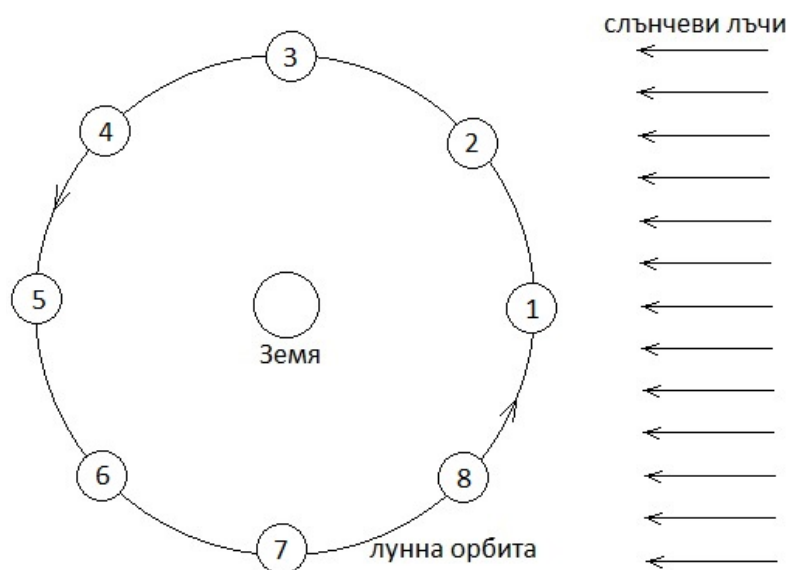


Фиг. 3

Решение

На Фиг. 1 първата картинка показва Луната в новолуние, картинка 3 представлява Луната в първа четвърт, картинка 5 – в пълнолуние, и картинка 7 – в последна четвърт. На останалите картинки са дадени междинни лунни фази.

Положенията на Луната спрямо Земята и Слънцето при различните фази отбелязваме със съответните номера на картинките върху Фиг. 2. При новолуние Луната се намира на небето приблизително в същата посока, в която е Слънцето и е обърната към нас с неосветената си страна. При пълнолуние тя е обърната към Земята с цялата си осветена половина.



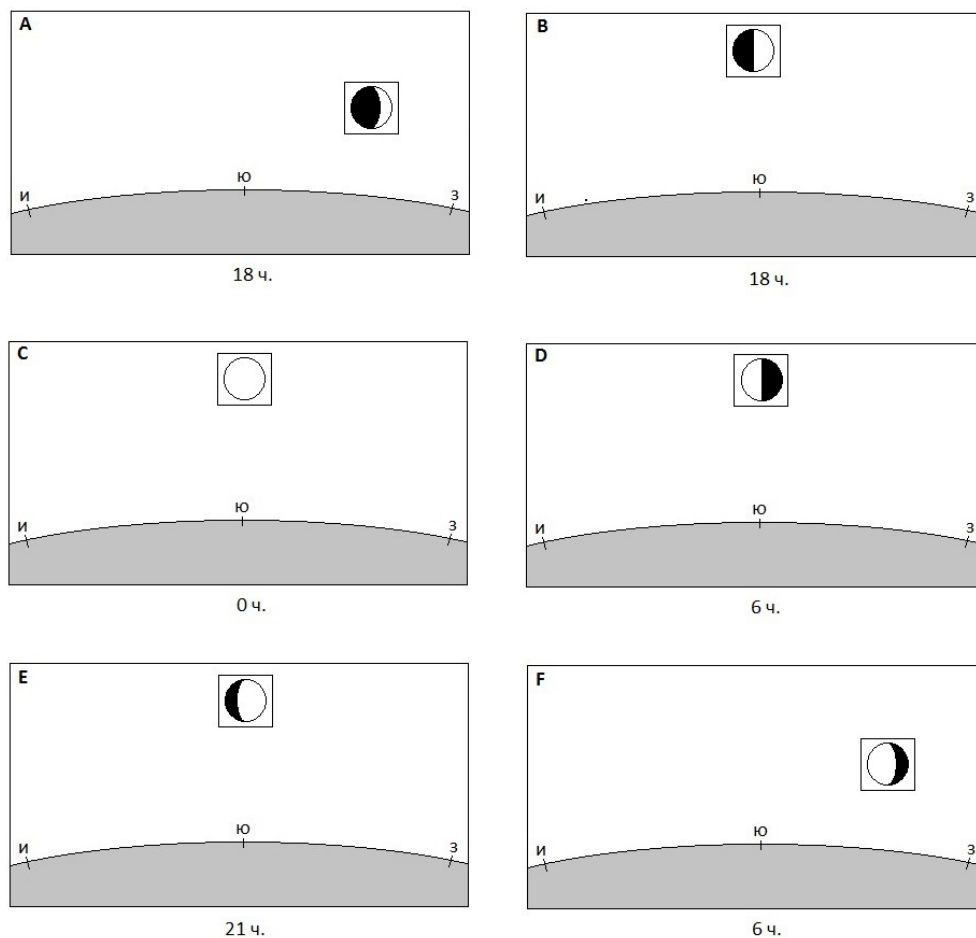
Фиг. 3А съответства на ранна вечер – 18 ч. Слънцето наскоро е залязло и следователно е някъде не много под хоризонта на запад. Луната е на югозапад. Тя трябва да изглежда като сърп, обърнат с изпъкналата си страна на запад, защото тази страна на Луната се огрява от Слънцето. Лунният сърп е сравнително тънък, понеже Луната не е много отдалечена по видимо ъглово разстояние от Слънцето. Следователно в празното квадратче трябва да поставим картинка 2 от Фиг. 1.

Фиг. 3В също показва ранна вечер, но Луната е на юг. Тя е на 90° от Слънцето. Това отговаря на фаза първа четвърт. Лунният сърп е обърнат с изпъкналата си страна на запад, откъдето идват слънчевите лъчи. В квадратчето поставяме картинка 3 от Фиг. 1.

На Фиг. 3С е полунощ. Тогава Слънцето е най-дълбоко под хоризонта и то, под точката север на хоризонта. Луната е на юг, най-високо над хоризонта. Следователно Луната е в противоположната на Слънцето точка от небето. Това означава, че Луната е в пълнолуние и в квадратчето трябва да поставим картинка 5 от Фиг. 1.

Фиг. 3D изобразява ранна сутрин, 6 ч. Слънцето скоро ще изгрее и следователно се намира малко под хоризонта на изток. Луната е на юг, на 90° от Слънцето. Тя трябва да е във фаза последна четвърт. Лунният сърп трябва да е обърнат с изпъкналата си страна на изток. В квадратчето трябва да поставим картинка 7 от Фиг. 1.

На Фиг. 3Е е вечер, 21 часа. Луната е най-високо над хоризонта на юг. Това значи, че нейна фаза е малко след първа четвърт и в квадратчето следва да се постави картинка 4 от Фиг. 1.



На Фиг. 3F е 6 часа сутринта, Слънцето скоро ще изгрее от изток, а Луната е на югозапад. Нейната фаза е между пълнолуние и последна четвърт. В квадратчето поставяме картинка 6 от Фиг. 1.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За правилно отбелязване на номерата на картинките според лунните фази върху лунната орбита на Фиг. 2 и обяснение – 3 т.
- За правилно изобразяване на вида на Луната върху всяка от картинките на Фиг. 3 и обяснение – $6 \times 1.5 = 9$ т.

Задача 5. Бързоходци

В първия кръг на олимпиадата вие се срещнахте с митични древногръцки бързоходци, които имат крилати сандали, когато се налага, летят и могат да обиколят земното кълбо за 24 часа. Сега един такъв бързоходец отново е застанал на екватора, на индонезийския остров Калимантан. Приятелката му бързоходка също се намира на екватора, но на 15° западно от него, на съседния остров Суматра. В един ден бързоходецът се събужда рано сутринта и при изгрева на Слънцето тръгва на изток. Бързоходката също дочаква изгрева на Слънцето и тръгва на запад. След време те се срещат.

1. Колко време ще е пътувал от тръгването си до срещата бързоходецът? А бързоходката?
2. Ако при тази среща бързоходците не се спрат, а се разминат, продължавайки да се движат всеки в своята посока, къде по земното кълбо ще бъде следващата им среща?

Решение

Щом бързоходката е на 15° западно по географска дължина от бързоходеца, то за нея Слънцето ще изгрее малко по-късно, отколкото за бързоходеца. Земята прави едно завъртане около себе си на 360° за 24 часа (относно посоката Земя-Слънце). За един час тя се завърта на ъгъл $360^\circ/24 = 15^\circ$.



Следователно за бързоходката на остров Суматра Слънцето ще изгрее с 1 час по-късно, отколкото за бързоходеца на остров Калимантан. Бързоходката ще тръгне да пътешества 1 час по-късно, отколкото бързоходеца. Бързоходецът може да обиколи цялото земно кълбо за 24 часа. За 12 часа той ще направи половин обиколка и ще достигне до някаква точка А от земния екватор, която е противоположна на отправната точка на неговото пътешествие. През това време бързоходката

ще се е движила в продължение на 11 часа, с 1 час по-малко от бързоходеца, понеже тя тръгва с 1 час по-късно от него. Но до точката А, до която е стигнал бързоходецът, тя има да измине по-малко път, защото се намира на 15° западно от него. Разстоянието от 15° по географска дължина представлява $1/24$ част от обиколката на Земята. Бързоходката би

го изминала за 1 час. Следователно до точка А на нея ѝ остава да измине $11/12$ части от обиколката на земното кълбо, за което ѝ е необходимо време точно 11 часа. Следователно бързоходецът и бързоходката ще се срещнат в точка А, като той ще е пътувал в продължение на 12 часа, а тя – в продължение на 11 часа.

Когато се разминат и продължат пътешествието си в същите посоки, бързоходецът и бързоходката ще се срещнат отново след 12 часа и това ще стане в точката на остров Калимантан, откъдето е тръгнал първоначално бързоходецът.

Критерии за оценяване (общо 9 т.)

- За съобразяване, че Слънцето ще изгрее с 1 час по-късно за бързоходката – 2 т.
- За правилен начин на определяне къде и колко време двамата ще пътуват до първата си среща – 3 т.
- За верни числени отговори – 1 т.
- За правилни разсъждения по въпроса къде ще бъде втората среща – 2 т.
- За правилен краен отговор къде ще е втората среща – 1 т.

Ученици от 7. и 8. клас

Задача 1. Планета гигант

Същата като Задача 1 за 5–6. клас.

Задача 2. Капела и Минтака

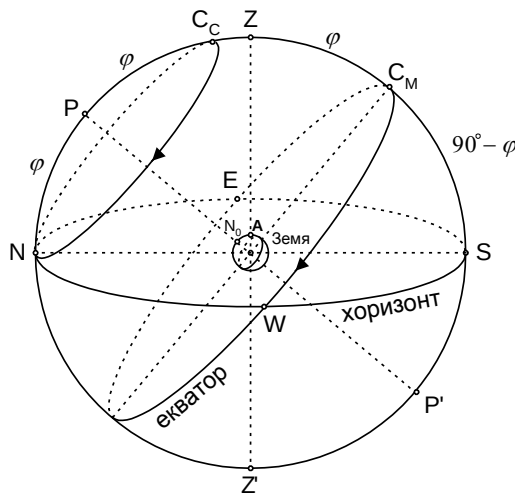
Астроном любител от град Видин ($\phi = 44^\circ$ с.ш.) е определил, че звездата Минтака от съзвездиято Орион изгрива точно от изток. Любимата му звезда, обаче, е ярката Капела от съзвездиято Колар. Странното при нея е, че в град Видин тя изгрива от север.

1. В каква посока на хоризонта залязва Минтака? В каква посока залязва Капела?
2. Каква е максималната височина над хоризонта, на която се издига звездата Минтака за видинския астроном? А звездата Капела?
3. В продължение на колко време звездата Минтака се намира непрекъснато над хоризонта от момента на своя изгрев до залеза си? А Капела?

Рефракцията да не се отчита.

Решение

На чертежа с точка А е отбелязано мястото, където се намира наблюдателят, точно видинският астроном, върху земното кълбо, N_0 е северният полюс на Земята, N, E, S, W са точките север, изток, юг и запад на хоризонта, Z и Z' са зенитът и надирът, P и P' са северният и южният небесни полюси. Както е известно, небесният екватор пресича хоризонта в точките изток и запад. Щом звездата Минтака изгрява от изток, то тя лежи на небесния екватор. Нейният залез, съответно, ще бъде в точката запад. В горна кулминация звездата е в точка C_M .



Тя отстои тогава от зенита на същото ъглово разстояние, на което точката А върху земното кълбо отстои от земния екватор, а това е географската ширина на наблюдателя ϕ . Оттук намираме, че височината на звездата над хоризонта в този момент е:

$$h_M = 90^\circ - \phi = 46^\circ.$$

От изгрева до залеза си звездата Минтака ще измине половината от своя денонощен паралел. Следователно тя ще е над хоризонта в продължение на време:

$$t_M = T^*/2 = 11^h 58^m,$$

където $T^* = 23^h 56^m$ е звездното денонощие.

Звездата Капела изгрява от север. Както се вижда от чертежа, тя описва целия си денонощен паралел над хоризонта и точката на изгрева ѝ съвпада с точката на залеза – Капела залязва също на север. Тя се намира над хоризонта непрекъснато, ако не считаме докосването на хоризонта на север за залез. Ако решим, че тогава имаме миг на залез и веднага изгрев, то Капела се намира над хоризонта без прекъсване в продължение на време:

$$t_C = T^* = 23^h 56^m.$$

След като разстоянието от зенита Z до небесния екватор е равно на ϕ , то разстоянието от зенита до северния небесен полюс P ще е $90^\circ - \phi$. Това означава, че височината на северния небесен полюс над хоризонта е

равна на ϕ , както е добре известно от астрономията. В случая можем да заключим, че звездата Капела отстои на ъглово разстояние ϕ от северния небесен полюс Р и, описвайки своя денонощен паралел около него, в горна кулминация се издига до точка C_C на височина над хоризонта:

$$h_C = 2\phi = 88^\circ.$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За правилно определяне къде залязват Минтака и Капела – $2 \times 1.5 = 3$ т.
- За правилен метод за определяне на височината на двете звезди в горна кулминация – $2 \times 2 = 4$ т.
- За верни числени отговори – 2 т.
- За правилно определяне колко време всяка от звездите е над хоризонта – $2 \times 1.5 = 3$ т.
- Да се отнема 1 т., ако е използвано слънчевото денонощие вместо звездното.

Задача 2. Бързоходци

Двама бързоходци с крилати сандали, подобни на тези, които имат някои герои от гръцката митология, могат да обиколят земното кълбо за 24 часа. Единият от тях се намира в София ($\phi = 42^\circ 42'$ с.ш., $\lambda = 23^\circ 20'$ и.д.), а другият – във Варна ($\phi = 43^\circ 13'$ с.ш., $\lambda = 27^\circ 55'$ и.д.). В слънчевия ден на 3-ти февруари всеки от бързоходците наблюдава своята сянка. В момента, когато сянката му стане най-къса, всеки от тях начертава на земята стрелка в посоката, в която е насочена сянката. Веднага след това всеки от бързоходците тръгва нататък, накъдето е насочена стрелката и обикаля цялото земно кълбо, докато се върне в точката, от която е тръгнал.

1. Къде по Земята пътищата на двамата бързоходци се пресичат?
2. Ще се срещнат ли бързоходците в първата пресечна точка от пътищата си? Ако не, пресметнете интервала от време между преминаването на единия и на другия бързоходец през тази точка.
3. Какво ще бъде при преминаването на бързоходците през всяка една от пресечните точки на пътищата им – ден или нощ?
4. Къде по Земята разстоянието между пътищата на двамата бързоходци ще е най-голямо?

Решение

Сянката на всеки бързоходец става най-къса, когато Слънцето е най-високо над хоризонта. Това се случва по пладне, когато Слънцето се намира на юг. Тогава сянката е насочена на север. Следователно всеки от бързоходците тръгва на север. Техните пътища се пресичат в две точки – северния и южния полюси на Земята.

Тъй като бързоходците са на много близки географски ширини, но на леко различни дължини, моментът пладне ще настъпи малко по-късно за този, който е в София, в сравнение с онзи, който е във Варна. Разликата в географските дължини на двамата е:

$$\Delta\lambda = 27^{\circ}55' - 23^{\circ}20' = 4^{\circ}33' = 4.55^{\circ}.$$

Това съответства на закъснение в момента на изгрева за бързоходеца в София:

$$\Delta t_1 = (24^{\text{h}} \times 4.55^{\circ} / 360^{\circ}) \times 60^{\text{min}} = 18.2^{\text{min}}.$$

Бързоходецът, който е в София, ще тръгне с 18.2 минути по-късно от бързоходеца във Варна. Освен това, бързоходецът от Варна има да измине до първата пресечна точка на пътищата – северния полюс – малко по-малко път, понеже се намира на по-висока географска ширина. Разликата между географските ширини на двамата е:

$$\Delta\phi = 43^{\circ}13' - 42^{\circ}42' = 31' \approx 0.517^{\circ}.$$

Тъй като бързоходците могат да обиколят цялото земно кълбо за 24 часа, то това дава допълнителна преднина на бързоходеца от Варна:

$$\Delta t_2 = (24^{\text{h}} \times 0.517^{\circ} / 360^{\circ}) \times 60^{\text{min}} \approx 2.07^{\text{min}}.$$

В заключение можем да кажем, че бързоходците няма да пристигнат едновременно в първата пресечна точка от пътищата си – те нма са срещнат там. В сравнение с бързоходеца от Варна, бързоходецът от София ще премине през тази точка със закъснение:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \approx 20.3^{\text{min}}.$$

Тъй като бързоходците започват своето пътешествие на 3 февруари и могат да обиколят цялото земно кълбо само за 24 часа, то когато минават през първата пресечна точка от пътищата си – северния полюс – там ще бъде полярна нощ. Във втората пресечна точка – южния полюс – ще бъде полярен ден.

Понеже двамата бързоходци се движат по земни меридиани, разстоянието между пътищата им ще бъде най-голямо там, където те пресичат екватора.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За определяне на посоките, в които тръгват бързоходците – 2 т.
- За определяне на пресечните точки на пътищата им – 2 т.
- За отговор дали ще се срещнат на северния полюс и обяснение – 1 т.
- За правилен начин на пресмятане с колко ще закъснее бързоходецът от София спрямо този от Варна – 2 т.
- За верен числен отговор – 1 т.
- За определяне дали ще бъде ден или нощ в пресечните точки – 2 т.
- За отговор къде разстоянието между пътищата им ще е най-голямо – 2 т.

Задача 4. Зоопарк

Дадена ви е поредица от картинки на животни (Фиг. 1). Направете списък с названията на тези животни. Опитните астрономи любители сред вас веднага ще забележат, че полученният списък е свързан с астрономията, но от една страна, той не е пълен, а от друга страна, в него има някои излишни названия.

1. Посочете кои са излишните животни в списъка.
2. Допълнете списъка с названията, които липсват.
3. Подредете названията в необходимата последователност според техния астрономически смисъл.

Решение

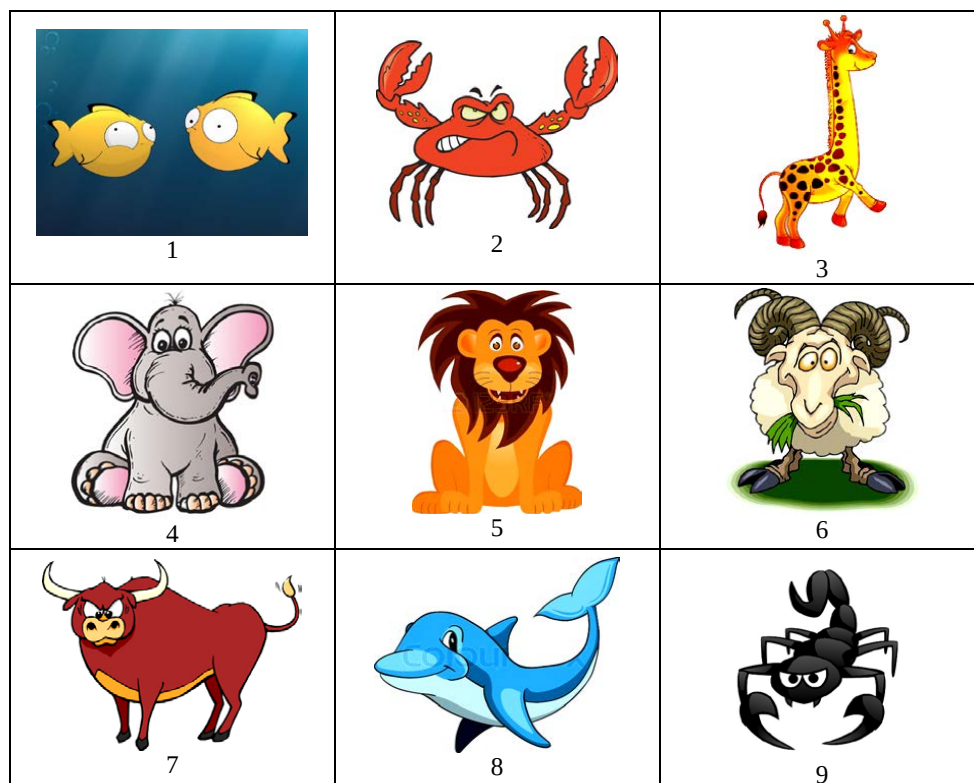
Съставяме списък с названията на животните, изобразени на картинките:

- | | | |
|----------|------------|--------------|
| 1. Риби; | 2. Рак; | 3. Жираф; |
| 4. Слон; | 5. Лъв; | 6. Овен; |
| 7. Бик; | 8. Делфин; | 9. Скорпион. |

Виждаме, че всички тези животни, с изключение на слона, могат да се намерят като съзвездия на небето. Първият елемент, който трябва да изключим от списъка – това е слонът. Явно е бил доста тежък, за да се озове сред съзвездията...

Повечето от останалите животни в списъка присъстват на небето като зодиакални съзвездия. Те именно образуват последователност, защото бележат видимия път на Слънцето на фона на звездното небе през годината. Има съзвездия Жираф и Делфин, но те не са зодиакални. Изключваме от списъка и тях.

Остават шест названия на зодиакални съзвездия, към които трябва да прибавим и липсващите в списъка още шест зодиакални съзвездия.



Фиг. 1

Подреждаме ги в последователността, в която Слънцето преминава през тях, и получаваме:

Овен,	Бик,	Близнаци,	Рак,
Лъв,	Дева,	Везни,	Скорпион,
Стрелец,	Козирог,	Водолей,	Риби.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За досещането, че повечето от тях са съзвездия и изключване на слона – 3 т.
- За предположението, че повечето са зодиакални съзвездия и изключването на жирафа и делфина – 3 т.
- За добавяне на липсващите зодиакални съзвездия и подреждане в правилната последователност – 6 т.

Задача 5. Луна в небето

Същата като Задача 4 за 5–6. клас.

Ученици от 9. и 10. клас**Задача 1. Звезда изгрява**

Нека една звезда, наблюдавана от град Варна ($\phi = 43^\circ 13'$), изгрява точно от посока изток, а друга звезда изгрява от посока север.

1. На каква височина над хоризонта ще се издигне всяка една от звездите в горна кулминация и в каква посока, по отношение на зенита, ще се намират тогава те?
2. Дали звездата, която изгрява от север за град Варна, може да изгрява от север и за други места по земното кълбо и кои са тези места?
3. Ако наблюдаваме изгрева на двете звезди от екватора, какъв ще е азимутът на всяка от звездите в момента на изгрев, на каква височина над хоризонта и в каква посока ще се виждат те, когато са в горна кулминация?

Рефракцията да не се отчита.

Решение

Това, че първата звезда изгрява точно от посоката изток, означава, че тя лежи на небесния екватор. Небесният екватор се намира на 90° от Северния небесен полюс. Височината на полюса над хоризонта е равна на географската ширина. Следователно най-високата точка от небесния екватор се намира на височина:

$$h = 90^\circ - \phi = 46^\circ 47'.$$

Това е височината, на която ще се издигне първата звезда над хоризонта при своето денонощно движение. Тя ще се наблюдава в посока юг, относно зенита.

Втората звезда изгрява от посоката север, което означава, че тя през цялото денонощие е над хоризонта, само за един миг се скрива под хоризонта и веднага се показва над него. Това е възможно, ако звездата се намира на ъглово разстояние от Северния небесен полюс, равно на географската ширина плюс една много малка величина, която да позволи на звездата да се скрие под хоризонта за части от секундата. Бихме могли да приемем, че този ъгъл е равен на географската ширина на мястото. Следователно деклинацията на звездата е:

$$\delta = 90^\circ - \phi = 46^\circ 47'.$$

В горна кулминация втората звезда ще бъде на височина над хоризонта, равна на удвоената височина на Северния небесен полюс и следователно височината ѝ ще е равна на удвоената географска ширина на

мястото:

$$h = 2\phi = 86^{\circ}26'.$$

Тази точка се намира там, където денонощният паралел на звездата пресича меридиана на мястото, на $3^{\circ}34'$ северно от зенита.

Втората звезда може за изгрява от север за всяка точка от земното кълбо, която има същата географска ширина като град Варна, т.е. лежаща на същия паралел.

Съществува, обаче, още едно множество от точки, които отговарят на това условие. Това са точките, лежащи на паралел с географска ширина $\phi = -43^{\circ}13'$. За тях бихме могли да кажем, че звездата в горна кулминация за миг се показва над хоризонта в точка север и веднага залязва пак там.

За наблюдател на земния екватор звездата, лежаща на небесния екватор, ще изгрява отново от точка изток, т.е. ще има азимут 90° , ще се издига вертикално нагоре, ще кулминира в зенита, през който минава небесният екватор, и следователно не може да се дефинира посока отново зенита, понеже звездата ще съвпада с него.

Втората звезда, която отстои от Северния небесен полюс на ъгъл равен на $43^{\circ}13'$, ще изгрява от азимут равен на този ъгъл, ще се издига на височина, равна на този ъгъл и ще се наблюдава в горна кулминация в посока север.

В решението на задачата се използва геодезичният азимут. Възможно е решение, при което се използва астрономическият азимут и тогава ще се получат различни числени стойности (270° и $223^{\circ}13'$).

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За правилен начин на определяне на височината на двете звезди в горна кулминация – $2 \times 2 = 4$ т.
- За определяне на посоките, в които ще кулминират звездите – $2 \times 0.5 = 1$ т.
- За отговор къде другаде втората звезда ще изгрява от север за наблюдател в северното полукълбо – 2 т.
- За досещане за допълнителната възможност това да се наблюдава и от южното полукълбо – 1 т.
- За определяне на азимутите на двете звезди при изгрев за наблюдател на екватора – $2 \times 1 = 2$ т.
- За определяне на височините и посоките при горна кулминация – $2 \times 1 = 2$ т.

Задача 2. Космически рекорди

През 1994-95 г. руският космонавт Валерий Поляков е извършил най-продължителния полет на човек в космоса – 437 денонощия 17 часа и 58 минути на борда на орбиталната станция “Мир” и на двата кораба “Союз”, с които е излитал и кацал на Земята. Това обаче не е първият му дълъг космически полет. През 1988-89 г. той лети на същата станция 240 денонощия 22 часа и 34 минути.

1. Станцията “Мир” е обикаляла около Земята с период 91.9 минути. Руският космонавт е могъл да види много изгреви и валеви на Слънцето от нея. Нека условно наречем времето между два изгрева на Слънцето, наблюдавани на станцията, космическо денонощие. Колко такива космически денонощия е преживял космонавтът общо за двата си полета и колко космически изгреви и залези би могъл да види?
2. За колко години живот на земната повърхност човек би видял същия брой изгреви и залези на Слънцето?
3. След двата полета космонавтът се опитал да пресметне общо колко пъти е прелетял над Атлантическия океан, който обичал често да съзерцава от космоса, но установил че това не е много лесна задача. Помогнете му да се справи с нея. Колко пъти Валерий Поляков е прелетял над океана?

Продължителност на годината – 365.25 денонощия.

Решение

Пресмятаме общата продължителност на двата полета и получаваме, че тя е $\Delta t = 678^{\text{d}}16^{\text{h}}32^{\text{m}}$. Ако разделим този интервал от време на орбиталния период на станцията, ще получим броя обиколки на космонавта около Земята. Но за толкова продължителен интервал от време Земята е направила почти две обиколки около Слънцето. При всяка обиколка на Земята около Слънцето осветената страна на Земята се завърта около ос, перпендикулярна на еклиптиката, един път, по посока на околоосното въртене на Земята. Периодът на космическата станция е независим от въртенето на Земята около оста ѝ, както и от въртенето на Земята около Слънцето. Затова за всяка година полет трябва да извадим една обиколка, за да получим броя на обиколките относно терминатора, т.е. броя на “космическите денонощия”.

За да получим броя на обиколките на станцията около Земята, изразяваме интервалите от време и периодите в денонощия:

$$\Delta t = 678^{\text{d}}16^{\text{h}}32^{\text{m}} = 678^{\text{d}}.689 \quad p = 91^{\text{m}}.9 = 0^{\text{d}}.06381944.$$

Броят на обиколките около Земята е:

$$n_0 = \frac{\Delta t}{p} = 10634.52.$$

Броят на завъртанията на терминатора (или на линията Земя-Слънце) за този интервал от време е:

$$n_1 = \frac{\Delta t}{365^{\text{d}}.25} = 1.86.$$

Броят на обиколките на станцията относно терминатора е:

$$n = n_0 - n_1 \approx 10632.66.$$

Това е и броят “космическите денонощия”, които е преживял Валерий Поляков, докато е бил в орбита около Земята. Толкова изгреви и залези би могъл да види той.

Този резултат може да получим и като използваме формулите за синодичен и сидеричен период. (При прилагането на тези формули всички величини в тях трябва да са в еднакви мерни единици.) Стойността на периода на станцията е сидеричният период $T_0 = p$, а продължителността на космическото денонощие е синодичният период T_s . Нека продължителността на годината означим с T . Тогава:

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}, \quad T_s = \frac{T \cdot T_0}{T - T_0} = 91^{\text{m}}.91606 = 0^{\text{d}}.0638306,$$

$$n = \frac{\Delta t}{T_s} = \frac{678^{\text{d}}.689}{0^{\text{d}}.0638306} \approx 10632.66.$$

За да получим за колко години човек, намиращ се на Земята, би могъл да види същия брой изгреви и залези, трябва да разделим броя на денонощията (в случая броя на космическите денонощия) на броя на денонощията в една земна година:

$$n_y = \frac{n}{365^{\text{d}}.25} \approx 29.11 \text{ год.}$$

За малко повече от 29 години, човек би могъл да види същия брой изгреви и залези, наблюдавайки от Земята.

Преминаването на станцията над дадена точка от земната повърхност зависи както от периода на станцията, така и от периода на въртене на Земята около оста ѝ. Периодът на въртене на Земята около оста ѝ се нарича звездно денонощие. То е равно на $23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}}$. Ако не знаем неговата продължителност, може да я намерим, използвайки формулите за

синодичен и сидеричен период, или това, че в годината броят на синодичните денонощия е с едно по-малък от броя на сидеричните. Можем да напишем:

$$\frac{365.25}{366.25} = 0.934471.$$

Това е продължителността на звездното денонощие в единици слънчеви денонощия. Като умножим с този коефициент продължителността на едно слънчево денонощие в часове, минути и секунди, ще получим продължителността на звездното денонощие в същите единици: $24^h \times 0.934471 = 23^h 56^m 04^s$.

От формулите за синодичен и сидеричен период получаваме същата стойност. Звездното денонощие е равно на сидеричния период на Земята (T_{sid}^d), слънчевото – на синодичния (T_{syn}^d).

$$\frac{1}{T_{\text{syn}}^d} = \frac{1}{T_{\text{sid}}^d} - \frac{1}{T}, \quad T_{\text{sid}}^d = \frac{T \cdot T_{\text{syn}}^d}{T + T_{\text{syn}}^d} = 23^h 56^m 04^s .1$$

Земята и станцията се въртят в една посока. Прилагаме отново формулите:

$$\frac{1}{p_T} = \frac{1}{p} - \frac{1}{T_{\text{sid}}^d}, \quad p_T = \frac{T_{\text{sid}}^d \cdot p}{T_{\text{sid}}^d - p} \approx 98^m .6$$

където p_T е периодът на станцията относително земната повърхност и играе ролята на синодичен период, p е истинският орбитален периодът на станцията и играе ролята на сидеричен период, а T_{sid}^d е периодът на въртене на Земята около оста ѝ. Виждаме, че периодът на станцията относително земната повърхност е съществено по-голям от сидеричния ѝ период.

Броят на обиколките относно точка от повърхността на Земята, ще бъде:

$$n_T = \frac{\Delta t}{p_T} \approx 9908.$$

Толкова пъти Валерий Поляков е прелетял над Атлантическия океан.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За правилен метод за определяне колко броя космически денонощия е преживял космонавтът – 2 т.
- За отчитане на ефекта от въртенето на Земята около Слънцето – 2 т.
- За верен числен отговор – 1 т.
- За определяне за колко години на земната повърхност биха се видели същия брой изгреви и залези на Слънцето – 2 т.

- За правилен подход при определяне колко пъти космонавтът е прелетял над Атлантическия океан – 3 т.
- За правилния избор да се използва звездното (а не например слънчевото) денонощие – 1 т.
- За верен числен отговор – 1 т.

Задача 3. Земя и Луна

На 16 декември 1992 г., осем дни след поредното си преминаване покрай Земята, космическият апарат “Галилео” прави снимка на Земята и Луната.



1. Кой от двата обекта е бил по-близо до станцията – Земята или Луната? Обосновете вашия отговор чрез измервания върху снимката и пресмятания.
2. Определете приблизително на какво разстояние се е намирал „Галилео“ от Земята в момента на снимката.
3. Приблизително колко време след този момент Луната трябва да е била в пълнолуние за земните наблюдатели?

Радиусите на Земята и Луната са съответно 6378 km и 1738 km, а разстоянието между тях е 374515 km. За измерванията използвайте негативното изображение, дадено на фиг. 1.

Решение

Измерваме върху снимката диаметрите на изображенията на Луната и Земята и получаваме съответно: $d_L = 23 \text{ mm}$, $d_T = 81 \text{ mm}$. Тези диаметри са пропорционални на видимите ъглови диаметри δ_L и δ_T на двата обекта за наблюдател от станцията “Галилео”. Ако Земята и Луната са на едно и също разстояние от станцията, би трябвало отношението на видимите им ъглови диаметри да е равно на отношението на линейните им диаметри, които нека означим с D_L и D_T . Пресмятанията показват обаче, че това не е така.

$$\frac{d_T}{d_L} \approx 3.52; \quad \frac{D_T}{D_L} \approx 3.67; \quad \frac{d_T}{d_L} < \frac{D_T}{D_L}$$

Отношението на ъгловия размер на Земята към този на Луната е по-малко, отколкото отношението на линейния размер на Земята към този



Фиг. 1.

на Луната. Следователно Луната е по-близо до космическия апарат, отколкото Земята.

Двете тела са на доста малко видимо ъглово разстояние едно от друго – то е сравнимо с видимите им ъглови размери. А линейното разстояние от Земята до Луната е около 60 пъти по-голямо от радиуса на нашата планета. Следователно можем да приемем, че, ако r_L е линейното раз-

стояние от станцията “Галилео” до Луната, а r_T е разстоянието от станцията до Земята, то:

$$r_T - r_L \approx r_{TL},$$

където r_{TL} е разстоянието Земя–Луна. За видимите ъглови диаметри на Земята и Луната можем да напишем:

$$\delta_T = \frac{D_T}{r_T}; \quad \delta_L = \frac{D_L}{r_L} = \frac{D_L}{r_T - r_{TL}}.$$

Оттук получаваме:

$$\frac{\delta_T}{\delta_L} = \frac{d_T}{d_L} = \frac{D_T}{D_L} \cdot \frac{r_T - r_{TL}}{r_T}; \quad r_T = \frac{r_{TL}}{1 - \frac{d_T}{d_L} \cdot \frac{D_L}{D_T}} \rightarrow r_T \approx 10 \text{ млн. км}$$

Приемаме, че отгоре на снимката е северното полукълбо на Земята. *Всъщност за това можем и да се досетим. Станцията “Галилео”, чиято цел е изследването на планетата Юпитер, първоначално кръжи по сложна орбита около Слънцето, сближавайки се последователно с Венера и Земята, за да се ускори в техните гравитационни полета. Снимката е направена малко след последното сближаване със Земята. В този момент станцията трябва да е летяла приблизително по посока на орбиталното движение на Земята около Слънцето, отдалечавайки се от Земята. Щом при това положение слънчевите лъчи идват отдясно на снимката, то можем да заключим, че северното полукълбо на нашата планета е отгоре. Това съображение не се изисква от учениците в решението на задачата и ако то е приведено, следва да се дават допълнителни точки за награда.* Фазите на Земята и Луната, които се виждат на снимката, показват, че Слънцето се намира на около 90° надясно от двете тела за наблюдател на космическата станция. Както вече отбелязахме, двете тела са почти на една линия със станцията. Гледано от северното полукълбо, Луната се движи около Земята в посока обратна на часовниковата стрелка. От всичко това можем да заключим, че в момента на снимката за земните наблюдатели Луната е била около фаза последна четвърт. Така че, Луната трябва да е била в пълнолуние около три седмици след момента на снимката. *Проверката по действителните данни показва, че Луната е била в пълнолуние на 8 януари 1993 г.*

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За правилен подход при определяне дали Земята или Луната е по-близо до станцията – 2 т.

- За измервания и пресмятания – 2 т.
- За правилно заключение кое от двете тела е по-близо – 1 т.
- За правилен метод за определяне на разстоянието до Земята – 3 т.
- За достоверен числен резултат за разстоянието (при малки разлики в измерените диаметри на изображенията в резултат от различно качество на отпечатването на картинката, могат да се получат много големи разлики в крайния резултат) – 1 т.
- За правилни разсъждения относно фазата на Луната – 2 т.
- За вярно заключение за фазата – 1 т.

Задача 4. Земната орбита

От дълбините на космоса ненадейно се появява неголяма черна дупка, която прелита през Слънчевата система и отново изчезва в дълбините на космоса. В резултат на въздействието ѝ, ориентацията на земната ос се променя и тя вече е перпендикулярна на земната орбита около Слънцето. Формата на орбитата също претърпява промени. Тя се превръща в по-издължена елипса, така че климатът в умерените ширини на Земята не се различава съществено от досегашния. Отново има зима и лято, пролет и есен.

1. Какво, обаче, ще се промени за умерените ширини?
2. Какво ще се промени за другите климатични области по земната повърхност?

Избройте всички ефекти от промяната, за които се досетите.

Решение

Щом оста на Земята е перпендикулярна на орбитата ѝ, то наклонът на оста вече не би могъл да бъде причина за смяна на сезоните. Сезоните ще се сменят поради елиптичността на орбитата, при което се променя съществено разстоянието на Земята до Слънцето. Когато е в тази част на орбитата, която е най-близо до Слънцето и в която се намира перихелият на орбитата, Земята получава най-много енергия. Тогава е лято. В зоната около афелия е зима. Разликата от сегашната ситуация е в това, че сезоните настъпват синхронно (едновременно) в двете полукълба на Земята – в северното, и в южното.

Скоростта на движение на Земята по орбитата ѝ силно зависи от разстоянието до Слънцето. В перихелий Земята ще се движи много бързо. Лятото ще е горещо, но кратко. В афелий движението на Земята ще бъде по-бавно. Затова зимата ще е съществено по-дълга от лятото.

Поради различната скорост на движение по орбитата в различни нейни участъци, ще се променя и продължителността на слънчевото денонощие. Когато Земята се движи бързо, в района на перихелия на орбитата ѝ, за всяко денонощие тя ще изминава относително по-голям участък от орбитата, при това намирайки се по-близо до Слънцето, поради което ъгълът, под който се вижда денонощният ѝ път, ще бъде съществено по-голям. Това означава, че видимата скорост на Слънцето по небесната сфера ще е по-голяма. Следователно Земята, след като направи един оборот около оста си (звездно денонощие), ще има да довърта допълнително по-голям ъгъл, за да приключи и слънчевото денонощие. Затова през лятото денонощията ще бъдат по-дълги. В афелия, поради бавното движение по орбитата ѝ, Земята ще изминава за едно звездно денонощие по-къс път и следователно слънчевото денонощие ще бъде по-кратко, а видимото движение на Слънцето по небесната сфера – по-бавно. Това означава, че летните денонощия ще са дълги, а зимните кратки, но повече на брой. Обърнете внимание, че става дума за продължителност на денонощията, а не на дните, които сега са по-дълги през лятото за сметка на нощите. Тогава едновременно и дните и нощите ще са по-дълги или по-къси, в зависимост от сезона.

Още една отличителна особеност е това, че дните във всички сезони ще са почти равни на нощите. Разликата ще идва само от атмосферната рефракция и от леката промяна в положението на Земята по елиптичната орбита.

Височината на Слънцето над хоризонта в горна кулминация ще е различна за различните географски ширини, но за всяка географска ширина ще е една и съща за всички дни от годината. Ъгловите размери на Слънцето обаче, ще се променят. В перихелий Слънцето ще се вижда най-голямо, а в афелий – най-малко. Лятото ще бъде сезон не на “високото” Слънце, а на “голямото” Слънце. Зимата ще бъде сезонът не на “ниското” Слънце, а на “малкото” Слънце.

Поради промените в скоростта на движение на Слънцето по небесната сфера, както и поради промените в ъгловите му размери (вследствие на промяната на разстоянието до него), през годината ще се променя и продължителността на слънчевите изгреви и залези. През зимата Слънцето ще изгрява и залязва за по-кратко време, а през лятото – по-продължително.

Всички разсъждения, свързани със смяната на сезоните, тяхната продължителност, както и с продължителността на слънчевите денонощия, са верни и за останалите климатични зони на Земята.

В екваториалната зона климатът няма да е постоянен, какъвто е сега.

Също ще има смяна на сезони, макар и по-горещи от сезоните в умерените ширини. През лятото ще бъде много горещо, защото Слънцето, което там ще се издига високо над хоризонта, ще е съществено по-близо отколкото е сега. Силното слънчево греење ще довежда до силно нагряване на земната и водната повърхност, до мощни възходящи въздушни потоци, до силни ветрове, а вероятно и урагани. Най-добра част от годината за живеещите там ще е зимата. Климатът ще е по-мек, а сезонът – продължителен.

В тропичните зони ще има подобни явления, но най-вероятно леко смекчени вследствие на по-малката височина на Слънцето над хоризонта, което води до по-малко слънчево греење на единица площ, поради по-големия наклон на слънчевите лъчи относно земната повърхност, и малко по-голямото поглъщане на слънчевата енергия в атмосферата (поради по-дългия път, който тя изминава преди да стигне до земната повърхност).

В полярните зони също ще има смяна на сезоните, определяща се от разстоянието до Слънцето. Най-съществената промяна за тях ще бъде отсъствието на половингодишните полярни нощи и полярни дни.

На самите полюси, както и в близките до полюсите области (става дума за области с размери няколко десетки километра около полюсите), обаче, поради рефракцията на светлината, Слънцето никога няма да залязва. Дори и да нямаше рефракция, на самите полюси почти половината слънчев диск щеше да е над хоризонта през цялата година. Слънцето ще се вижда и на двата полюса на Земята едновременно.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- *За посочване на синхронното настъпване на сезоните в двете полукълба – 2 т.*
- *За разсъждения относно продължителността на сезоните – 2 т.*
- *За обяснения по въпроса за продължителността на денонощията и равенството на дните и нощите – 2 т.*
- *За разсъждения относно видимото денонощно движение и ъгловите размери на Слънцето – 2 т.*
- *За описание на климата в екваториалните и тропични райони – 2 т.*
- *За разсъждения относно полярните райони и полюсите – 2 т.*

Задача 5. Размерите на Луната

На 15 февруари 2014 г. се навършват 450 години от рождението на великия италиански физик и астроном Галилео Галилей. Едно от по-малко познатите постижения на Галилео е предложената за първи път от него схема на часовник с махало. Представете си, че заедно с най-добрия ви приятел сте на Луната. Намирате се в равнинна местност на лунния екватор. Разполагате само с технически средства от XVII век, в който е живял Галилей – часовник с махало, с който измервате времето с точност не по-добра от 1 секунда, дървен метър и въже с дължина няколко десетки метра.

1. Предложете начин, по който бихте могли да определите радиуса на Луната чрез наблюдения по време на лунната нощ. Опишете необходимите измервания и пресмятания, които ще извършите.

Радиусът на Луната е 1738 km, периодът на околоосно ѝ въртене е 27.3 денонощия. Предполага се, че вие и вашият приятел имате еднакъв ръст.

Решение

Щом ще наблюдаваме през нощта, най-добре е да изберем звездите като обект на наблюдение. Наблюдавайки звездите през дълъг интервал от време, може да намерим периода на околоосно въртене на Луната. Наблюдението на една звезда, без да разполагаме с допълнителни инструменти, може да се осъществи по следния начин. Избираме звезда, разположена максимално близо до небесния екватор (небесния екватор за Луната). Изчакваме тя да доближи западния хоризонт и засичаме момента на залеза на звездата. Това е възможно, понеже на Луната няма атмосфера и звездите се виждат ясно на хоризонта (особено през нощта, когато не ни пречи отразената от повърхността на Луната слънчева светлина). Изчакваме докато Луната направи един оборот около оста си и звездата отново застане над западния хоризонт. Тогава, от същата точка на лунната повърхност, от която сме засекли първия залез на звездата, засичаме втория залез. Времето между двата залеза е периодът на завъртане на Луната около оста ѝ, или едно сидерично (звездно) лунно денонощие.

Изборът на звездата и определянето на точното направление на лунния екватор може да се извършат в процеса на наблюдението на звездите.

След като разполагаме с периода на завъртане на Луната около оста ѝ, можем да продължим с решаването на задачата, но вече са ни необходими двама наблюдатели. Измерваме точно, използвайки въжето и дървения метър, по повърхността на Луната отсечка от няколко десетки или

няколкокостотин метра, разположена по протежение на екватора на Луната. Крайщата на отсечката са точките, в които ще застанат двамата наблюдатели. Нека първият наблюдател, който стои в източната точка на отсечката, вижда звездата близо до лунния небесен екватор да залязва. Отбелязва се моментът на залеза t_1 .

Вторият наблюдател, който стои в западната точка на отсечката, ще види залеза на звездата с няколко десетки секунди по-късно. Това е така, понеже Луната се върти бавно и на сравнително близки разстояния явленията изгрев и залез на едни и същи обекти стават в съществено различаващи се моменти от време. Нека, примерно, наблюдателите са на 100 m разстояние. За едно завъртане около лунната ос точка от екватора на Луната описва пълната дължина на екватора. За да измине 100 m, заедно с повърхността на Луната, и да достигне положението на първия наблюдател, така че да вижда залеза на звездата, на втория наблюдател ще е необходим интервал от време Δt , който се отнася към периода на завъртане на Луната около оста ѝ както разстоянието между двамата наблюдатели към дължината на екватора на Луната.

$$\frac{\Delta t}{T_L} = \frac{s}{2\pi R_L} \Rightarrow \Delta t = \frac{s \cdot T_L}{2\pi R_L} \approx 21.6 \text{ s.}$$

За да се завърти на 100 m, на точка от екватора на Луната са необходими повече от 21° . Това означава, че ако работим с часовника с точност 1 s, ще имаме грешка от 5% в определянето на радиуса на Луната. Ако искаме по-голяма точност, ще се наложи да увеличим разстоянието между наблюдателите.

Моментът на залеза на звездата за втория наблюдател отбелязваме с t_2 . Разстоянието между двамата наблюдатели е измерено с въже. Понеже в задачата се говори за равнинна местност, се подразбира, че става дума за равнина, следваща строго сферична форма, с център – в центъра на Луната. Тогава разстоянието между наблюдателите е дъга с дължина s , която е част от лунния екватор. Отношението на дъгата към обиколката на екватора е равно на отношението на интервала време между залезите на звездата за двамата наблюдатели към периода на завъртане на Луната около оста ѝ.

Нека $\Delta t = t_1 - t_2$. Тогава:

$$\frac{s}{2\pi \cdot R_L} = \frac{\Delta t}{T_L} \Rightarrow R_L = \frac{s \cdot T_L}{2\pi \cdot \Delta t},$$

където R_L и T_L са радиусът и периодът на околоосно въртене на Луната.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За подходяща постановка на метода за определяне на лунния радиус – 3 т.
- За описание на необходимите наблюдения и измервания – 4 т.
- За обосновка на точността на метода – 1 т.
- За математическо описание на метода – 4 т.

Ученици от 11. и 12. клас

Задача 1. Светилище

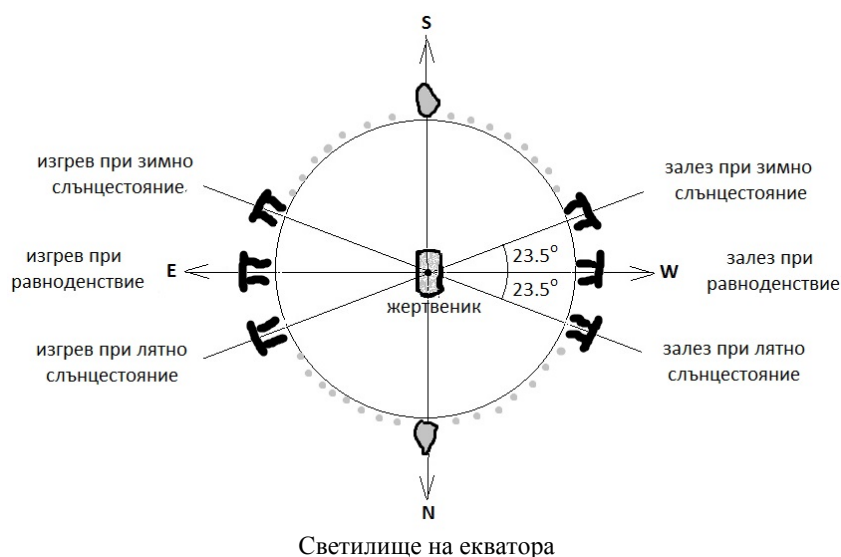
Вие сте вожд и върховен жрец на древно племе, живеещо в третото хилядолетие преди новата ера. По ваша заповед трябва да се построи светилище, където вие да говорите с боговете и да предсказвате настъпването на годишните времена и други съдбовни явления и събития.

1. Вашето племе живее на екватора. Направете схема на светилището с форма на кръг и жертвеник в центъра, където ще заставате вие. По кръга трябва да има каменни арки, бележещи посоките, в които стават изгревите и залезите на Слънцето в дните на равноденствията и слънцестоянията. Отбележете посоките на света.
2. Как ще изглежда схемата, ако племето живее на северната полярна окръжност?
3. Ще може ли светилището да се използва за определяне на моментите на равноденствие и слънцестояние и в наше време? Обяснете своя отговор.

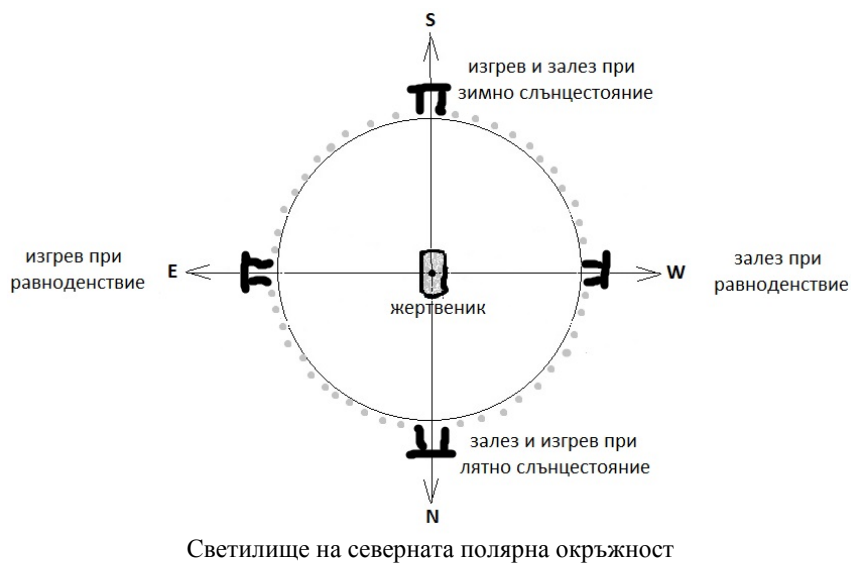
Решение

В моментите на пролетно и есенно равноденствие Слънцето се намира в точките от еклиптиката, които пресичат небесния екватор. Следователно и на земния екватор, и на северната полярна окръжност тогава Слънцето ще изгрява от изток и ще залязва на запад. Съответните арки на светилището на екватора, както и на светилището на северната полярна окръжност трябва да са в посоките изток и запад.

Поради наклона на земната ос към еклиптиката, в моментите на лятно и зимно слънцестояние Слънцето отстои на ъгъл около 23.5° от небесния екватор съответно в северната и в южната небесна полусфера. Тук за определеност ще наричаме лятно слънцестояние момента, когато Слънцето е най-далеч от небесния екватор в северната небесна полусфера и за нас, които живеем в северното полукукло на Земята, започва лятото. За наблюдател на земния екватор слънцестоянията не могат да се нарекат зимно и лятно, защото от гледна точка на климата те са равностойни.



Когато се намираме на земния екватор, за нас небесният екватор и всички небесни паралели определят равнини, перпендикулярни на хоризонта. Поради това при лятно слънцестояние, на земния екватор Слънцето ще изгръва от точка, разположена на 23.5° северно от точката изток на хоризонта, и ще залязва в точка, разположена на 23.5° северно от точката запад на хоризонта. При зимно слънцестояние то ще изгръва от точка, отстояща на 23.5° южно от точката изток, и ще залязва в точка на 23.5°



южно от точката запад. Съобразно с това трябва да поставим каменните арки в нашето светилище на екватора.

За наблюдател на северната полярна окръжност в деня на лятното слънцестояние Слънцето ще се спусне в полунощ до точката север на хоризонта и после отново ще започне да се издига. Ако не отчитаме рефракцията, можем да кажем, че тогава центърът на видимия слънчев диск залязва в точката север и веднага след това изгрява. Поради рефракцията хората от племето ще наблюдават как Слънцето се спуска почти до хоризонта и после пак ще се издига в небето – затова на тази дата и в няколко денонощия около нея ще е непрекъснато ден. Така че с една каменна арка, разположена на север, в светилището ще се отбележи посоката, в която Слънцето се спуска най-ниско над хоризонта през лятото, без да залязва.

В деня на зимното слънцестояние, ако не отчитаме рефракцията, центърът на видимия слънчев диск ще се издигне по пладне до хоризонта в точката юг и веднага след това ще започне да се спуска отново надолу. Поради рефракцията тогава хората от племето ще виждат изгрев на Слънцето около пладне от точка, която ще бъде на малко разстояние източно от точката юг на хоризонта, и скоро след това залез в точка на малко разстояние западно от точката юг. Ъгълът на рефракция зависи от състоянието на атмосферата и е променлив, ето защо точките на изгрева и на залеза в деня на зимното слънцестояние ще се променят. В техните промени хората от племето няма да могат да видят никаква закономерност, както при движенията на небесните светила, защото това ще зависи от неспокойната земна атмосфера. Ето защо най-доброто решение за светилището ще бъде да се отбележи средното положение между точките на изгрева и залеза, а именно – точката юг. Там трябва да се постави и каменната арка.

У някои от нас може да възникне заблуждението, че поради прецесията на земната ос днес светилището ще е неизползваемо. Но това не е така. Наистина, при прецесията се променя направлението на земната ос и съответно, северният небесен полюс се мести на фона на звездното небе. Така че, ако в това светилище имаше каменни арки, отбелязващи изгревите или залезите на някои ярки звезди нощем, то действително днес изгревите и залезите на същите звезди нямаше да стават от същите посоки. Но по отношение на Слънцето не е така. Прецесията води до преместване на точките по земната орбита, където се случват равноденствията и слънцестоянията. Направлението на земната ос поради прецесията може да се изменя, но дотолкова, доколкото наклонът на земната ос спрямо еклиптиката остава постоянен, точките на изгревите и залезите

зите на Слънцето в определени дни от годината за дадено географско място не се променят. Ако искаме да бъдем съвсем точни, леките изменения, които търпи този наклон с течение на хилядолетията, ще водят до малки промени в посоките на изгревите и залезите на Слънцето. Тези малки изменения обаче, едва ли могат да се регистрират чрез грубите каменни арки. Така че, светилището ще може да се използва с успех и в днешно време за проследяването на годишните сезони. Що се отнася до разговорите с боговете и пророчествата – това зависи много повече от дарбите на върховния жрец, отколкото от разположението на камъните.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- *За правилни съображения и обяснение относно точките на изгрева и залеза при равноденствията за двете светилища – $2 \times 1 = 2$ т.*
- *За правилни разсъждения и обяснение къде трябва да са точките на изгрев и залез в дните на слънцестоянията за двете светилища – $2 \times 2 = 4$ т.*
- *За правилно начертаване на схемите – $2 \times 2 = 4$ т.*
- *За обяснение и заключение по въпроса дали светилището може да се използва в наши дни – 2 т.*

Задача 2. Лунен календар

Смяната на лунните фази е в основата на лунния календар. Периодът на тази смяна е 29.530589 денонощия. При най-простия вариант на лунен календар в годината има 12 лунни месеца, като се редуват един след друг месеци с по 29 и по 30 дни. Основен принцип е, че началото на всеки месец е новолунието.

1. Какъв е главният недостатък на подобен календар?
2. В даден момент при новолуние обявяваме началото на първия лунен месец и започваме да отчитаме времето по такъв календар. След колко време ще се получи разминаване от едно денонощие между началото на поредния лунен месец и реалния момент на новолуние?

Решение

Ако в годината има 12 редуващи се лунни месеци по 29 и 30 дни, дните в такава лунна година биха били $6 \times 29 + 6 \times 30 = 354$. За целите на ежедневиия живот обаче, много по-удобно е в основата на календара да бъде тропичната година, която отразява редуването на сезоните, а нейната продължителност е приблизително $365\frac{1}{4}$ денонощия. Ако времето

се отмерва в години по 12 лунни месеца, то началото на всяка нова година ще се измества по малко спрямо смяната на сезоните и с течение на времето ще се случва през различни сезони. Това е най-големият недостатък на описания в условието лунен календар.

За простота при разсъжденията ще използваме средните стойности на периодите. Средната продължителност на лунния месец според този лунен календар нека отбележим с $T_1 = 29.5$ денонощия. С $T_0 = 29.530589$ денонощия означаваме действителната продължителност на лунния месец. Това също е усреднена стойност, понеже в общия случай периодът на истинската смяна на лунните фази ще се различава от T_0 поради особеностите на движението на Луната около Земята и на Земята около Слънцето. Нека в началото на даден месец по лунния календар Луната наистина е била в новолуние. В началото на следващия среден календарен лунен месец след 29.5 денонощия, Луната ще бъде във фаза $T_0 - T_1 = 0.030589^d$ преди новолуние. Избързване на началото на календарния месец спрямо действителния момент на новолуние от едно денонощие ще се получи след време:

$$t = 1^d / 0.030589^d \approx 32.7 \text{ месеца}$$

Следователно в първия ден на 34-тия календарен лунен месец след началото на отчитането, лунната фаза ще се различава приблизително с едно денонощие от истинското новолуние, или по-точно, ще бъде приблизително едно денонощие преди новолунието. Това се равнява на около 3 лунни години.

Критерии за оценяване (общо 10 т.)

- За посочване и обяснение на главния недостатък на лунния календар – 3 т.
- За правилен метод на пресмятане на разликата в лунните фази – 6 т.
- За верен краен отговор – 1 т.

Задача 3. Земя и Луна

Същата, като задача 3 за 9-10 клас.

Задача 4. Трите планети

Около далечна звезда, подобна на Слънцето, е открита странна планетна система. Тя се състои от три планети, големи колкото Юпитер, които се въртят на близки орбити, приблизително с размерите на орбитата на Меркурий. Нека в даден момент, когато земните астрономи наблюдават преминаване на първата планета пред диска на звездата, другите две планети са зад звездата, но така, че тя не ги засенчва.

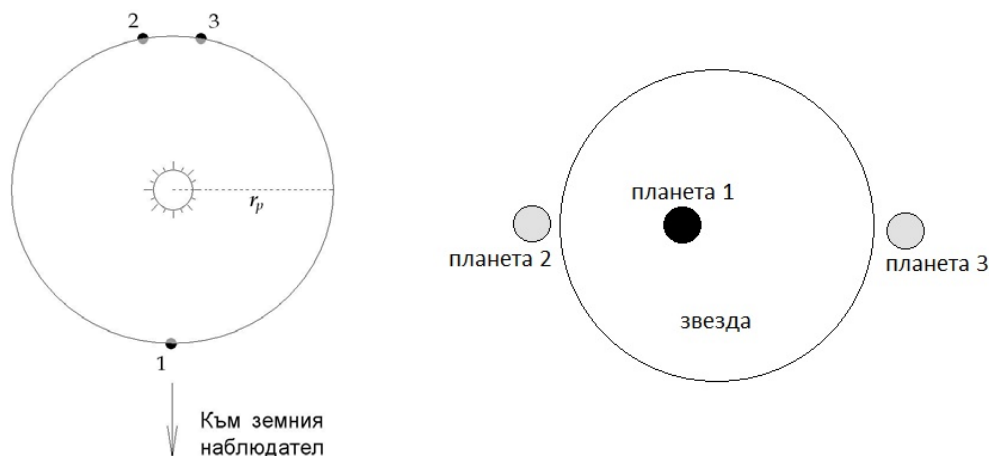
1. Възможно ли е блясъкът на двете планети, отразяващи светлината на близката до тях звезда, да компенсира затъмнението на част от диска на звездата, предизвикано от първата планета? Подкрепете вашия отговор с пресмятания.

Приемете, че всяка от планетите е 10 пъти по-малка от звездата. Големата полуос на орбитата на Меркурий е $57.9 \times 10^6 \text{ km}$, радиусът на Слънцето е $6.96 \times 10^5 \text{ km}$.

Решение:

При преминаването на първата планета пред звездата, планетата е в най-близката до земния наблюдател част от орбитата си, а другите две планети са някъде в най-отдалечените от нас части от своите орбити около звездата. Видимото разположение на трите планети спрямо звездата за земния наблюдател е примерно такова, каквото е представено на фигурата вдясно. Планета 1 е обърната към нас с тъмната си страна. Другите две планети са практически изцяло обърнати към нас с осветените си от звездата страни. Да означим с E_0 осветеността, която създава за нас звездата, когато няма преминаване на планета пред нея:

$$E_0 = \frac{L}{4\pi r^2}$$



където L е светимостта на звездата, а r е разстоянието от нас до нея. При преминаване на планетата пред звездата, част от видимия диск на звездата се закрива. Да означим с R_0 и R_p радиусите на звездата и на планетата. Разглеждаме звездата като диск с площ $S_0 = \pi R_0^2$, който бива закрит от диска на планетата с площ $S_p = \pi R_p^2$. Тогава звездата ще създава за земния наблюдател осветеност:

$$E_1 = E_0 \cdot \frac{S_0 - S_p}{S_0} \Rightarrow E_1 = E_0 \cdot \left(1 - \frac{R_p^2}{R_0^2}\right).$$

Чрез последното уравнение ситуацията може да се представи още по-нагледно, ако го запишем по следния начин:

$$E_1 = E_0 - E_0 \cdot \frac{R_p^2}{R_0^2} = E_0 - \Delta E,$$

където $\Delta E = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{R_0^2}$ е частта от светлинния поток, идващ от звездата, която се губи поради преминаването на планетата пред нея.

Осветеността, която звездата създава върху всяка от другите две планети, ще бъде равна на $\frac{L}{4\pi r_p^2}$, където r_p е разстоянието от звездата до планетите. Тези планети също разглеждаме като дискове и приемаме, че общата енергия, която попада върху всяка от тях от звездата, е равна на $\frac{L}{4\pi r_p^2} \cdot S_p$. Светлинния поток, създаван от една от тези планети за земния наблюдател, можем приблизително да изразим по следния начин:

$$E_p = \frac{\frac{L}{4\pi r_p^2} \cdot \pi R_p^2}{2\pi r^2}.$$

Тук в знаменателя пишем коефициент 2 вместо 4, понеже считаме, че осветеният диск на планетата разсейва отразената от звездата светлина в половината пространство към нас, но не и в обратна посока. Считаме също, че двете планети също са отдалечени от нас на разстояние, приблизително равно на r , понеже $r_p \ll r$. Освен това приемаме, че отражателната способност (албедото) на планетите е 100%. Преобразувайки последния израз, получаваме:

$$E_p = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{2r_p^2}$$

В крайна сметка по време на преминаването на Планета 1 пред звездата, общият светлинен поток, който достига до земния наблюдател от самата частично закрита звезда плюс другите две планети, ще бъде:

$$E = E_1 + 2E_p \Rightarrow E = E_0 - \Delta + 2E_p$$

Сега остава да разберем коя от двете величини е по-голяма – намаляването на осветеността от звездата ΔE , дължащо се на преминаващата пред нея планета, или приноса $2E_p$ на двете други планети. Сравняваме двете величини:

$$\Delta E = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{R_0^2} \Rightarrow 2E_p = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{r_p^2}.$$

По условие звездата е подобна на Слънцето, следователно тя има радиус R_0 , равен на около един слънчев радиус. А орбитите на планетите имат близки радиуси r_p , подобни на радиуса на орбитата на Меркурий. Числените данни в условието ни убеждават, че $R_0 \ll r_p$. Следователно:

$$\Delta E > 2E_p, \quad \text{или} \quad E < E_0.$$

Светлината, идваща от двете планети, не може да компенсира загубата на светлинен поток от звездата, причинена от преминаващата пред нея планета.

До същия извод можем да достигнем дори и без много пресмятаня. Планетите обикалят около звездата по орбити с радиуси, които са значително по-големи от радиуса на звездата. Следователно общата светлинна енергия, която достига до всяка от планетите, е доста малка част от цялата звездна светлина, преминала през сфера с център звездата и радиус – радиуса на орбитите. Тази енергия очевидно е значително по-малка от енергията, която се излъчва от част от повърхността на звездата, закрита от една от планетите.

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

- За правилна теоретична постановка на решението – 4 т.
- За подходящи и правилни алгебрични пресмятания – 7 т.
- За верен краен извод – 1 т.
- Ако участникът е дал само правилни разсъждения и извод, подобни на последния пасаж от решението, но без пресмятания, вместо точките, които са посочени по-горе, да му се дават 4 точки.

Задача 5. Размерите на Луната

На 15 февруари 2014 г. се навършват 450 години от рождението на великия италиански физик и астроном Галилео Галилей. Едно от по-малко познатите постижения на Галилео е предложената за първи път от него схема на часовник с махало. Представете си, че заедно с най-добрия ви приятел сте на Луната. Намирате се в равнинна местност на лунния екватор. Разполагате само с технически средства от XVII век, в който е живял Галилей – часовник с махало и секундна стрелка, с който при изпитания, проведени на Земята, времето се измерва с точност 1 секунда, дървен метър и въже с дължина няколко десетки метра.

1. Предложете начин, по който бихте могли да определите радиуса на Луната чрез наблюдения по време на лунната нощ. Обяснете как ще използвате техническите средства в лунни условия. Опишете необходимите измервания и пресмятания, които ще извършите.

Радиусът на Луната е 1738 km, периодът на околоосното ѝ въртене е 27.3 денонощия, ускорението на силата на тежестта на лунната повърхност е 6 пъти по-малко от земното. Предполага се, че вие и вашият приятел имате еднакъв ръст.

Решение

Щом ще наблюдаваме през нощта, най-добре е да изберем звездите като обект на наблюдение. Наблюдавайки звездите през дълъг интервал от време, може да намерим периода на околоосно въртене на Луната. Наблюдението на една звезда, без да разполагаме с допълнителни инструменти, може да се осъществи по следния начин. Избираме звезда, разположена максимално близо до небесния екватор (небесния екватор за Луната). Изчакваме тя да доближи западния хоризонт и засичаме момента на залеза на звездата. Това е възможно, понеже на Луната няма атмосфера и звездите се виждат ясно на хоризонта (особено през нощта, когато не ни пречи отразената от повърхността на Луната слънчева светлина). Изчакваме докато Луната направи един оборот около оста си и звездата отново застане над западния хоризонт. Тогава, от същата точка на лунната повърхност, от която сме засекли първия залез на звездата, засичаме втория залез. Времето между двата залеза е периодът на завъртане на Луната около оста ѝ или едно сидерично (звездно) лунно денонощие.

Изборът на звездата и определянето на точното направление на лунния екватор може да се извършат в процеса на наблюдението на звездите.

След като разполагаме с периода на завъртане на Луната около оста ѝ, можем да продължим с решаването на задачата, но вече са ни необхо-

дими двама наблюдатели. Измерваме точно, използвайки въжето и дървения метър, по повърхността на Луната отсечка от няколко десетки или няколкостотин метра, разположена по протежение на екватора на Луната. Крайщата на отсечката са точките, в които ще застанат двамата наблюдатели. Нека първият наблюдател, който стои в източната точка на отсечката, вижда звездата близо до лунния небесен екватор да залязва. Отбелязва се моментът на залеза t_1 .

Вторият наблюдател, който стои в западната точка на отсечката, ще види залеза на звездата с няколко десетки секунди по-късно. Това е така, понеже Луната се върти бавно и на сравнително близки разстояния явленията изгрев и залез на едни и същи обекти стават в съществено различаващи се моменти от време. Нека, примерно, наблюдателите са на 100 m разстояние. За едно завъртане около лунната ос точка от екватора на Луната описва пълната дължина на екватора. За да измине 100 m, заедно с повърхността на Луната, и да достигне положението на първия наблюдател, така че да вижда залеза на звездата, на втория наблюдател ще е необходим интервал от време Δt , който се отнася към периода на завъртане на Луната около оста ѝ както разстоянието между двамата наблюдатели към дължината на екватора на Луната.

$$\frac{\Delta t}{T_L} = \frac{s}{2\pi R_L} \Rightarrow \Delta t = \frac{s \cdot T_L}{2\pi R_L} \approx 21.6 \text{ s.}$$

За да се завърти на 100 m, на точка от екватора на Луната са необходими повече от 21 s. Това означава, че ако работим с часовника с точност 1 s, ще имаме грешка от 5% в определянето на радиуса на Луната. Ако искаме по-голяма точност, ще се наложи да увеличим разстоянието между наблюдателите.

Моментът на залеза на звездата за втория наблюдател отбелязваме с t_2 . Разстоянието между двамата наблюдатели е измерено с въже. Понеже в задачата се говори за равнинна местност, се подразбира, че става дума за равнина, следваща строго сферична форма, с център – в центъра на Луната. Тогава разстоянието между наблюдателите е дъга с дължина s , която е част от лунния екватор. Отношението на дъгата към обиколката на екватора е равно на отношението на интервала време между залезите на звездата за двамата наблюдатели към периода на завъртане на Луната около оста ѝ.

Нека $\Delta t = t_1 - t_2$. Тогава:

$$\frac{s}{2\pi \cdot R_L} = \frac{\Delta t}{T_L} \Rightarrow R_L = \frac{s \cdot T_L}{2\pi \cdot \Delta t},$$

където R_L и T_L са радиусът и периодът на околоосно въртене на Луната.

Ако сме имали неблагоразумието да настройваме часовника с махало на Земята, ще се наложи да посмятаме допълнително. Понеже не знаем как е разпределена масата в махалото на часовника, ще трябва да приемем, че то може да се разглежда като математическо махало. Периодът на математическото махало зависи от ускорението на силата на тежестта и се описва с формулата:

$$T_L = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_L}},$$

където T_L е периодът на махалото, l е дължината му, а g_L е ускорението на силата на тежестта на Луната. Записваме същата формула и за Земята, където часовникът е настроен така, че секундната му стрелка отброява интервали от по една секунда.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

където T и g са периодът на махалото и ускорението на силата на тежестта на Земята.

Разделяме двете равенства и получаваме за периода на махалото на повърхността на Луната:

$$T_L = T\sqrt{\frac{g}{g_L}}.$$

Знаем, че отношението на ускоренията на силата на тежестта на Земята и Луната е равно на 6. Тогава за периода на махалото на Луната получаваме:

$$T_L = 2.449490 \cdot T.$$

Темпът на хода на един часовник с махало се командва от периода на махалото. Следователно на Луната часовникът ще върви приблизително 2.45 пъти по-бавно отколкото на Земята. Това трябва да се има предвид. Освен това, ако точността на часовника е свързана с механичната точност на изработване на детайлите, то и тя ще намалее със същия коефициент. Затова ще се наложи да измерим по-голямо разстояние на Лунната повърхност (около 2.45 пъти по-голямо), за да не загубим точност в определянето на радиуса на Луната.

Критерии за оценяване (общо 14 т.)

- *За подходяща постановка на метода за определяне на лунния радиус – 3 т.*
- *За описание на необходимите наблюдения и измервания – 3 т.*
- *За обосновка на точността на метода – 1 т.*
- *За математическо описание на метода – 3 т.*
- *За отчитане на различния период на махалото на Луната и влошаването на точността на часовника – 4 т.*